МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ЛИЦЕЙ №3»
г.САРОВ, НИЖЕГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ

«СТАХОВСКИЙ» КАЛЬКУЛЯТОР

Автор:
Меньшиков Олег
ученик 10 класса
МОУ «Лицей №3»

Научный руководитель:
Столяров Игорь Васильевич
учитель информатики
МОУ «Лицей №3»

2011г.
г. Саров

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Цель работы

Цель работы - создание калькулятора, позволяющего производить арифметические действия в троичной зеркально-симметричной системе счисления, т. е. над числами, представленными в кодах золотой *p*-пропорции по представлению А.П.Стахова[1]: $A = \sum_i a_i \Phi^{2i}$, где A - произвольное действительное число, иррациональное число $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$ - золотая пропорция, a_i € {$\underline{1}$, 0, 1} , i € {-∞ , -∞ } , $\underline{1}$ = -1- троичная минус единица. В ходе работы была разработана программа «стаховского» калькулятора – калькулятора, который осуществляет арифметические действия над числами в троичной зеркально-симметричной системе счисления с иррациональным основанием, реализованная в среде объектно-ориентированного программирования.

Основные задачи и результаты

При разработке данного проекта были:

- проанализированы алгоритмы перевода чисел из десятичной в троичную, троичную уравновешенную симметричную, и троичную «зеркально-симметричную» системы счисления и правила выполнения над ними арифметических операций;
- создана формальная модель задачи;
- разработаны правила ввода данных;
- абсолютная точность калькулятора определяется свойствами зеркальной симметрии троичных представлений [2].

Новизна и актуальность

Новизна проекта состоит в том, что ни один из современных электронных калькуляторов не позволяет выполнять арифметических действий в системах счисления с иррациональными основаниями, чаще всего это программы, осуществляющие переводы чисел из одних систем счисления с целым основанием в другие и арифметические действия над ними. Обзор Интернет-ресурсов также подтвердил отсутствие подобных программ по работе с числами в системах счисления с иррациональными основаниями.

Программа является универсальным троичным «зеркально-симметричным» калькулятором, так как она позволяет выполнять арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление) с числами в «стаховском» представлении, также предусмотрена возможность перевода чисел в отдельном окне программы из одной системы счисления в другую: из троичной «зеркально-симметричной» в десятичную и обратно.

Данный «стаховский» калькулятор является универсальным работающим приложением под Windows, которое можно использовать как, на уроках и занятиях по информатике, так и при изучении систем счисления в смежных дисциплинах. Удобный интерфейс и оригинальный дизайн, а также профессионализм программы может вызвать интерес у всех тех, кто интересуется системами счисления.

Среда реализации

При создании проекта были использованы специализированные среды разработки графического интерфейса: языки объектно-ориентированного программирования Microsoft Visual Basic 5.0 (SP2) CCE и Microsoft Visual Basic 6.0[3].

Основная часть

Системы счисления с иррациональным основанием

1. Система счисления Бергмана

В 1957 юный американский математик Джордж Бергман сделал важное математическое открытие в области систем счисления. В статье [4], он предложил необычный позиционный способ представления чисел:

$$A = \sum_i a_i \Phi^i , \qquad (1)$$

где A – действительное число, a_i – двоичная цифра {0,1} i-го разряда, i=0,±1,±2,±3,…, Φ^i - вес i-го разряда, $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$ - золотая пропорция - основание системы счисления (1).

Заметим, что веса разрядов Φ^i (i=0,±1,±2,±3,…) связаны друг с другом следующими изящными соотношениями:

$$\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2} = \Phi * \Phi^{n-1}. \qquad (2)$$

На первый взгляд кажется, что нет никакого различия между формулой (1), задающей систему Бергмана, и формулами для канонических позиционных систем счисления, в частности, двоичной системой:

$$A = \sum_i a_i 2^i , \qquad (3)$$

где a_i – двоичная цифра {0,1} i-го разряда, i=0,±1,±2,±3,….

Однако, это только на первый взгляд. Принципиальное отличие системы (1) от двоичной системы (3) состоит в том, что основанием системы счисления (1) является иррациональное число $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$ (золотая пропорция), то есть то число, которое широко использует Природа в своих конструкциях. Бергман назвал систему (1) системой счисления с иррациональным основанием.

Формула (1) задает принципиально новую систему счисления, которая переворачивает наши представления о позиционных системах счисления, более того, исторически сложившееся соотношение между рациональными и иррациональными числами. До открытия Бергмана считалось, что основанием позиционной системы счисления может быть только целое число (10 – для десятичной системы, 2 – для двоичной, 60 – для Вавилонской 60-ричной системы). В системе счисления Бергмана (1) основанием системы, то есть, началом исчисления является иррациональное число $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$, с помощью которого можно представить все действительные числа, то есть иррациональное число $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$ является исходным, первичным числом, с помощью которого можно представить все реальные числа, включая натуральные и рациональные. Именно поэтому мы имеем полное право утверждать, что система Бергмана (1) является одним из наиболее важных математических открытий в области систем счисления после открытия позиционного принципа представления чисел (Вавилон, 2000г. до н.э.) и десятичной системы (Индия, 5-8 столетие нашей эры).

2. Коды Золотой Пропорции

Свое дальнейшее развитие система счисления Бергмана получила в книге А.П.Стахова «Коды Золотой Пропорции» [5]. В книге была исследованы системы счисления следующего вида:

$$A = \sum_{i} a_i \Phi_p^i \quad , \tag{4}$$

где A – некоторое действительное число, Φ_p — золотая p-пропорция, которая является основанием новой системы счисления, a_i – двоичная цифра i-го разряда, i = 0, ± 1, ± 2, ± 3, …, p – заданное целое число, которое может принимать значение 0, 1, 2, 3,....

Эта формула задает новый класс позиционных представлений чисел, названных А.П.Стаховым «Кодами Золотой Пропорции»[6]. Заметим, что приведенная выше формула задает бесконечное число новых двоичных представлений действительных чисел, так как каждому p соответствует свое двоичное представление. В частности, при p=0 «код золотой пропорции» сводится к классическому двоичному представлению, лежащему в основе современных компьютеров, а при p=1 – к системе счисления Бергмана. Заметим также, что, за исключением случая p=0 (классическая двоичная система счисления), все остальные системы счисления этого типа являются системами счисления с иррациональными основаниями. Это порождает некоторые необычные математические свойства «кодов золотой пропорции» и системы счисления Бергмана. Например, доказано, что представление натуральных чисел в любом «коде золотой пропорции» и системе Бергмана всегда является конечным, то есть любое натуральное число всегда представляется в виде конечной суммы степеней золотой p-пропорции! Например, для случая p=1 (система счисления Бергмана) имеют место следующие представления для начального отрезка натуральных чисел: 1 = 1,0; 2 = 10,01; 3 = 100,01; 4 = 101,01; 5 = 1000,1001; 6 = 1010,0001; 7 = 10000,0001 и т.д. Все эти двоичные коды представляют собой ни что иное, как сокращенные изображения некоторых сумм степеней «золотой пропорции». Например, кодовое представление числа 5 = 1000,1001 в системе счисления Бергмана представляет собой ни что иное, как сокращенное изображение следующей суммы: 5 = 1000,1001 = $\Phi^{3} + \Phi^{-1} + \Phi^{-4}$.

3. Троичная зеркально-симметричная арифметика

Новая троичная арифметика, изложенная в работе[6], является оригинальным синтезом троичной симметричной системы счисления, использованой Николаем Брусенцовым в компьютере «Сетунь»[7], и системы Бергмана (1). Для пояснения сути нового троичного способа представления чисел, основанного на «золотой пропорции», рассмотрим бесконечную последовательность четных степеней золотой пропорции:

$$\{\ \Phi^{2i}\ \}, i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots, \tag{5}$$

которая образует геометрическую прогрессию с основанием $\Phi^2=(3+\sqrt{5})/2$. Отличие представления А.П.Стахова[6] от представления Бергмана[4] в том, что основанием системы является не Φ, а Φ^2 и веса a_i данной системы не двоичны {0; 1}, а троичны {-1; 0; 1}. Последовательность (5) будем использовать в качестве весов разрядов для позиционного «троичного» представления чисел, используя троичные цифры {-1,0,1}.

4. Основное преимущество троичной зеркально-симметричной системы счисления

Самое важное преимущество «зеркально-симметричной арифметики» состоит в том, что свойство «зеркальной симметрии» является «инвариантом» относительно всех арифметических операций над целыми числами, то есть результаты сложения, вычитания, умножения и даже деления всегда представляются в зеркально-симметричной форме. А это означает, что найден новый универсальный способ контроля всех арифметических операций в компьютере, основанный на свойства зеркальной симметрии троичных представлений. Напомним, что это свойство является справедливым только для случая, когда исходные числа и результаты арифметических операций являются целыми числами.

Эта система счисления возникла как результат многолетних поисков более эффективных путей построения компьютеров. Новая система счисления основана на «троичном» представлении и сохраняет все основные преимущества классической «троичной» симметричной системы счисления, использованной Н.П. Брусенцовым [7,8] при создании компьютера «Сетунь»[9]. Но ее основным достоинством по сравнению с классической симметричной системой счисления является уникальный способ контроля всех основных преобразований информации в компьютере. Этот способ контроля вполне может быть использован для создания самоконтролирующихся процессоров и компьютеров. Поэтому вопрос разработки самоконтролирующихся и отказоустойчивых троичных «зеркально-симметричных компьютеров» в развитие «троичных» компьютеров Брусенцова может оказаться делом не такого уж далекого будущего, если учесть, что на современном этапе проблема «трехзначной электроники» считается уже решенной [10-12].

Проектная работа «Стаховский» калькулятор»

Программа является универсальным троичным «зеркально-симметричным» калькулятором, так как она позволяет выполнять арифметические операции (сложение, вычитание, умножение и деление) с числами в «стаховском» представлении, также предусмотрена возможность перевода чисел в отдельном окне программы из одной системы счисления в другую: из троичной «зеркально-симметричной» в десятичную и обратно. При вводе данных предусмотрена блокировка цифровых кнопок, не участвующих в операциях (блок перевода), а также переполнения входных данных или результата вычислений, деления на нуль и т. д., предусмотрена корректировка неправильного ввода данных пользователем.

Данная версия программы содержит меню, цифровые кнопки I (для -1), 0 и 1 для ввода «стаховского» представления числа до запятой (ввиду его симметричного представления), знаки арифметических операций; содержит элементы корректировки входных данных и вычислений при выполнении операции деления, которая определена только над кратными целыми числами.

Язык объектно-ориентированного программирования Microsoft Visual Basic 6.0 был применен для компиляции проекта и стандартного программного модуля и получения exe-файла, то есть для преобразования проекта в приложение, которое может выполняться непосредственно в среде операционной системы[3].

Несомненным преимуществом данного калькулятора является его абсолютная точность, которая определяется свойствами зеркальной симметрии троичных представлений [6].

Отладка программы в среде Microsoft Visual Basic 6.0 (рис.1).

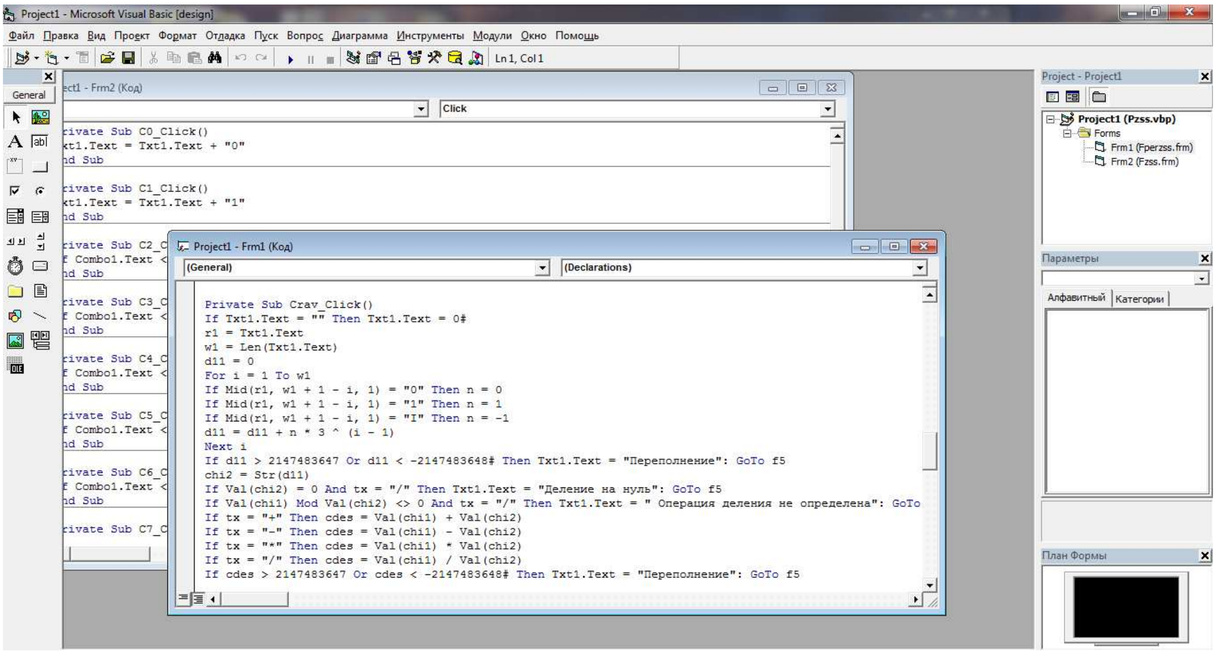

Рис.1

Внешний вид основного окна программы (файл zstrk2011.exe, объем 3 Мб) приведен на рис. 2.

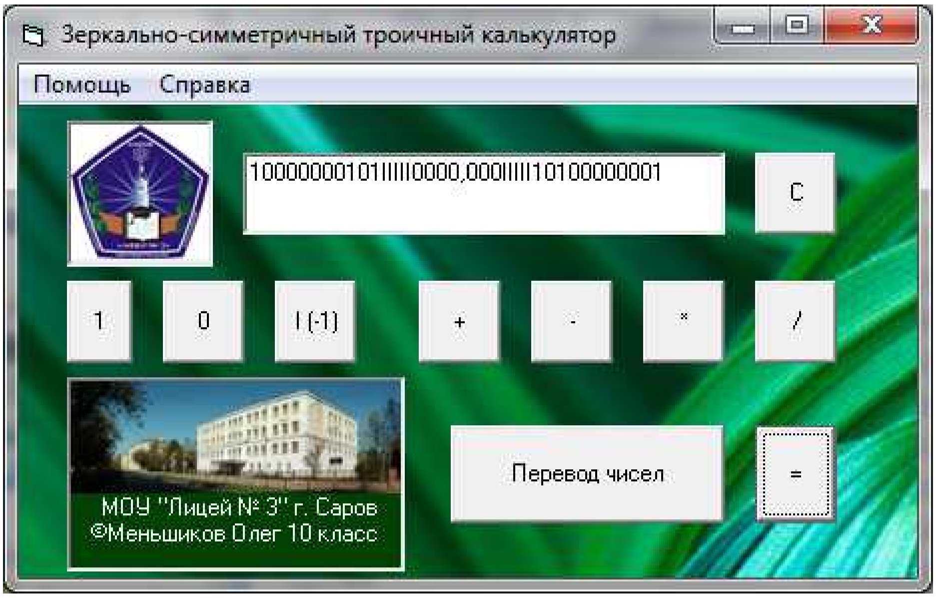

Рис.2

При нажатии командной кнопки «Перевод чисел» предусмотрена возможность перевода чисел в отдельном окне программы из одной системы счисления в другую: из троичной «зеркально-симметричной» в десятичную и обратно. (Рис.3). При вводе данных предусмотрена блокировка цифровых кнопок, не участвующих в операциях (блок перевода), также предусмотрена корректировка неправильного ввода данных пользователем.

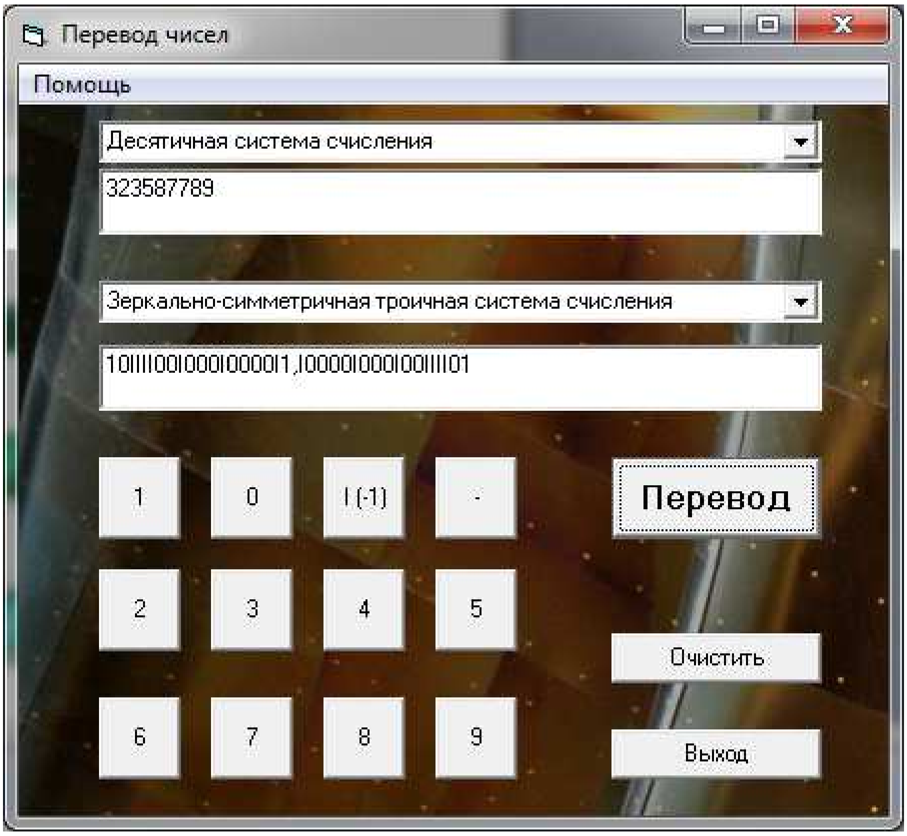

Рис.3

Заключение

Выводы

Все поставленные цели, а также задачи работы были достигнуты. По окончанию работы над проектом получен готовый программный продукт, способный работать под управлением операционной системы Windows.

Результаты работы над проектом «Стаховский» калькулятор» могут успешно применяться при работе с системами счисления как, на уроках и занятиях по информатике, так и при изучении систем счисления в смежных дисциплинах. Применение мультисистемного калькулятора [13], троичного симметричного калькулятора и данного «стаховского» калькулятора поэтапно позволит достаточно полно и методически обоснованно раскрыть арифметические основы систем счисления. Данные программы, выполненные под руководством одного и того же научного руководителя [14,15], являются профессиональными программами, которые могут вызвать интерес у учителей, школьников и всех тех, кто интересуется системами счисления.

Список литературы

1. Стахов А.П. «Золотая» пропорция в цифровой технике. Автоматика и вычислительная техника. 1980, № 1.

2. Стахов А.П. Троичный принцип Брусенцова, система счисления Бергмана и «золотая» троичная зеркально-симметричная арифметика // «Академия Тринитаризма», М.: Эл № 77-6567, публ.12355, 15.08.2005 (www.trinitas.ru/rus/doc/0232/003a/02320001.htm)

3. Дан Эпплан. Win32 API и Visual Basic. СПб: Питер, 2001, 1120с.

4. Bergman G. A number system with an irrational base. Mathematics Magazine, 1957, No 31, p. 98-119.

5. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. М.: Радио и связь. 1984.

6. Stakhov A.P. Brousentsov's ternary principle, Bergman's number system and ternary mirror-symmetrical arithmetic. The Computer Journal 2002, Vol. 45, No. 2: 222-236.

7. Н.П. Брусенцов - творец первого и единственного в мире троичного компьютера "Сетунь" http://www.icfcst.kiev.ua/MUSEUM/Brusentsov_r.html

8. Пономаренко В.И., Лапшева Е.Е. Информатика. Технические средства. Саратов: Научная книга, 2009. – 212с.

9. Брусенцов Н.П., Маслов С.П., Розин В.П., Тишулина А.М. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь».М.: Изд-во МГУ, 1965.

10. Цифровые процессоры сигналов на основе троичных кодов http://www.ci.ru/inform13_08/p_23.htm

11. Физики создали нанопамять с использованием троичной логики http://www.moyaufa.ru/35590/1/view/news.html

12. Троичная логика – прогресс в IT-технологиях http://www.izobretenija.ru/vashi/667

13. Еремкина И.Г. Программирование мультисистемных калькуляторов. XI Школьные Харитоновские чтения. Межрегиональная олимпиада школьников «Будущие исследователи – будущее науки». Тезисы. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2011, с.39-40.

14. Столяров И.В. О проектной работе учащихся по информатике. Сборник научных трудов Всероссийской конференции «Информационные технологии в образовании XXI века». – М.: НИЯУ МИФИ, 2011 , с.336-339.

15. Столяров И.В. Проектная работа учащихся по информатике. – В кн.: Использование занимательности в обучении информатике и математике. Саранск: МордГПИ, 2011, с.40-43.