Санкт-Петербург, Россия.
Алексеев И. С. 10 М класс и Голыгин И. А. 9 М класс.
Лаборатория Непрерывного Математического Образования.

Научный руководитель:
Иванов Сергей Олегович, кандидат физико-математических наук.

Линейная алгебра матриц Адамара

Постановка задачи

Матрица Адамара H — это квадратная матрица $n \times n$, составленная из чисел ± 1, столбцы которой ортогональны так, что справедливо соотношение $H \cdot H^{\mathrm{T}} = n \cdot E_n$. С одной стороны теорию матриц Адамара можно отнести к прикладной математике (Коды Рида-Маллера, функции Уолша). В частности, они использовались 1971 году при полёте на Марс в программе “Маринер Марс 71”, и используются в некоторых мобильных телефонах (таких стандартах сотовой связи, как IS-95, CDMA2000 или UMTS). Так же они используются в рентгеновских телескопах с пространственным кодированием апертуры. С другой стороны, чисто математический вопрос о том, при каких n существует матрица Адамара размера nxn, остаётся открытым. В нашей работе некоторые классы матриц Адамара изучаются с точки зрения линейной алгебры.

Если матрицу Адамара размера $n \times n$ умножить на $\sqrt{n}/n$, то получится ортогональная матрица. Назовём такую матрицу приведенной матрицей Адамара. Для ортогональных операторов есть нормальная форма. Она позволяет записать ортогональный оператор в виде прямой суммы операторов поворота и операторов симметрии. Мы задались вопросом о том, каким образом матрицы Адамара представляются в таком виде.

Самый известный тип матриц Адамара – это матрицы Сильвестра. Мы доказываем, что матрицы Сильвестра задают оператор симметрии относительного некоторого явно заданного подпространства.

Список литературы

[1] Гельфанд И. М., Лекции по линейной алгебре, 5 изд., М.: Добросвет, МЦНМО, 1998.

[2] J. Horadam, Hadamard matrices and their applications (Princeton University Press 2007).