О некоторых экстремальных прямых
(Математика)

Ипатова Виктория Сергеевна, ГБОУ лицей № 1303, 11 класс.
Научный руководитель: Привалов Александр Андреевич, ГБОУ лицей № 1303, Москва.

Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (n>2) – n точек плоскости, M – центр масс $\sum_{=} 0_{nii} MA$, l – прямая и

(A,l)–расстояние от точки A до l. Тогда цели исследования содержатся в формулировках следующих

теорем.

Теорема 1. Среди любых $A_1, A_2, \ldots, A_n$ существуют две точки, через которые проходит прямая l, сумма расстояний от которой до точек $A_1, A_2, \ldots, A_n$ минимальная, т.е. $\sum \sum_{= =\leq niinii} A\ l\ A\ l_{111} \rho\ (\ ,\ )$ $\rho(\ ,)$, $\forall\ l_1$,

Теорема 2. Среди любых $A_1, A_2, \ldots, A_n$ существуют три точки A, B, C такие, что наименее уклоняющаяся от $A_1, A_2, \ldots, A_n$ прямая l, т.е. такая, что

$\max\ (\ ,\ )\ \max\ (\ ,\ )\ _{11\,1} A\ l\ A\ l\ _{ii\ nii\ n} \rho\ \rho_{\leq\ \leq\ \leq\ \leq} \leq$, $\forall\ l_1$,содержит среднею линию треугольника ABC.

Теорема 3. Для любых $A_1, A_2, \ldots, A_n$ существуют ровно одна (или бесконечно много) прямая l сумма квадратов расстояний от которой до точек $A_1, A_2, \ldots, A_n$ минимальная, т.е.

$\sum \sum_{= =\leq niinii} A\ l\ A\ l_{11212}\ \rho\ (\ ,\ )\ \rho\ (\ ,\ )$, $\forall\ l_1$, (1)при этом $M \in l$.

В теореме 3 любая прямая содержащая M будет удовлетворять (1), например, если точки $A_1, A_2, \ldots, A_n$ являются вершинами правильного n-угольника.

Теорема 4. Для любых $A_1, A_2, \ldots, A_n$ существуют ровно две, не обязательно различных, точки P_1 и P_2 такие, что сумма квадратов расстояний от любой прямой, проходящей через P_1 или P_2, до точек $A_1, A_2, \ldots, A_n$ будет постоянной величиной, т.е.

$:\ (\ ,\ )\ ,\ 1{,}2_{12} = = \Rightarrow \in \forall \sum_{=} l\ P\ l\ A\ l\ const\ j_{nij\ i}\ \rho$

причем точки P_1 и P_2 симметричны относительно центра масс M.

Теорема 5. Если в теореме 4 для точек A_1, A_2, A_3 точки P_1 и P_2 совпадают (P_1=P_2), то треугольник $A_1A_2A_3$ правильный.

Теорему 5 нельзя обобщить на случай более трех точек (n>3).

Список основной использованной литературы:

1. Препарата Ф., Шеймос М., Вычислительная геометрия: Введение, – М.: Мир, 1989
2. Рудин У., Основы математического анализа, – М.: Мир, 1966