

## О равномерных бесповторных морфизмах (Математика)

Борис Золотов, Санкт-Петербург, 11 класс.

Научный руководитель — Кублановский Станислав Исаакович, доктор физико-математических наук, Директор ООО «Северный Очаг»

**Введение. Постановка задачи:** В начале XX века математиком Акселем Туэ впервые была поднята проблема построения бесконечных бесповторных слов. Было показано существование таких слов и приведены соответствующие примеры.

Решением этого же вопроса занимался английский математик Джон Лич. Им был найден пример бесконечного бесквадратного слова, построенный при помощи равномерного морфизма ранга 13. В 1982 году была опубликована статья математика Макса Кречмора, в которой был приведён алгоритмически проверяемый критерий бесквадратности морфизма.

В настоящей работе получены новые результаты, позволяющие оптимизировать результаты Туэ и Лича и построить новые серии бесконечных бесповторных слов.

**Методы, использованные автором:** Была введена дополнительная структура на словах, порождённых морфизмами: определены понятия канонического фрагмента, операции прибавления и вычитания единицы на трёхсимвольном алфавите; использовано понятие монотонности. Также использовались общие методы комбинаторики на словах и критерии бесповторности морфизмов — в частности, критерий бесквадратности Кречмора [4].

**Итоги работы:** В работе произведена оптимизация результатов Лича — описаны все бесквадратные морфизмы наименьшего ранга над трёхсимвольным алфавитом. Независимо от работы [8] установлено, что этот наименьший ранг равен 11.

Также получены ответы на естественные вопросы: предложены новые серии бесповторных последовательностей и морфизмов, их порождающих. В ряде случаев приведены оптимальные — неулучшаемые — оценки рангов бесповторных морфизмов.

**Один из основных результатов:** В работе также были доказаны некоторые новые качественные теоремы о связи свойств бесповторных морфизмов. В частности, Теорема о достаточном свойстве для слабой бесквадратности: Любой циклический бесквадратный морфизм является слабо бесквадратным.

Следствие: Морфизм Лича является слабо бесквадратным.

**Заключение. Возможные пути развития:** Теория бесповторных слов нашла своё применение в различных областях математики и других науках. Многие важные проблемы были решены с помощью методов комбинаторики на словах, в частности Новиковым и Адяном в середине XX века было получено отрицательное решение проблемы Бернсайда для многообразий групп. **По результатам работы** осталась открытой проблема существования равномерных слабо бесквадратных морфизмов Туэ над трёхсимвольным алфавитом рангом между 5 и 13.

**Список основной использованной литературы:**

1. Axel Thue, Uber unendliche Zeichenreihen; Norske Vid. Selsk. Skr. I Mat.-Nat. Kl.; Christiania; 1906.
2. Axel Thue, Uber die gegenseitige Lage gleicher Teile gewisser Zeichenreihen; Norske Vid. Skrifter I Mat.-Nat. Kl.; Christiania; 1912.
3. John Leech, A problem on strings of beads; Math. Gazette 41; 1957.
4. Max Crochemore, Sharp characterizations of squarefree morphisms; Theor. Comput. Sci.; 18(1982).
5. Jean Berstel, Some recent results on squarefree words; Lecture Notes in Computer Science; 166(1984).