**ЦЕПНЫЕ ДРОБИ В ЕВКЛИДОВЫХ КОЛЬЦАХ**

(математика)

Кондратёнок Никита,

г. Минск, гимназия №41, 9 класс.

Научный руководитель: Васьковский Максим Михайлович, кандидат физ.-мат. наук,

доцент кафедры высшей математики БГУ

Будем называть цепные дроби с целыми членами обобщенными цепными дробями.

Основная задача настоящей работы – нахождение необходимых и достаточных условий,

при которых заданное рациональное число α можно разложить в обобщённую цепную

дробь, имеющую длину, не превосходящую заданного натурального числа *k*. С помощью

свойств специальных операторов, действующих на множествах правильных

несократимых дробей, задача существования такого разложения сведена к исследованию

существования цепочки преобразований вида $\frac{m}{n}$ →{$\frac{n}{m-nx}$}, т.е. ставящих в соответствие

правильной несократимой дроби $\frac{m}{n}$ дробную часть числа $\frac{n}{m-nx}$ при целом *x*, приводящей

исходное число α к нулю не более чем за *k*-1 шаг. Важнейшая идея заключается в том,

что вместо всевозможных преобразований $\frac{m}{n}$ →{$\frac{n}{m-nx}$} достаточно рассматривать лишь те

преобразования, которые уменьшают модуль знаменателя дроби, т.е. |*n*| > |$ m-nx$ |, а

таких преобразований всего два: $\frac{m}{n}$→{$\frac{n}{m}$} и $\frac{m}{n}$→{$\frac{n}{n-m}$}.

Поскольку интерес представляют обобщенные цепные дроби, не имеющие

«фиктивных» нулевых членов, то важным представляется исследование вопроса о том,

имеются ли среди разложений заданного числа в обобщенную цепную дробь заданной

длины k разложения без нулевых членов. Такие разложения называются

невырожденными. В настоящей работе получены достаточные условия существования

невырожденных разложений.

Как известно, члены цепной дроби – есть неполные частные, получаемые в

алгоритме Евклида. Неединственность деления с остатком в кольце целых чисел,

приводит к различным версиям алгоритма Евклида. Члены обобщённой цепной дроби

также являются неполными частными одной из версий алгоритма Евклида. Представляет

интерес та версия алгоритма Евклида, которая имеет наименьшее число шагов. Этой

версии соответствует кратчайшая обобщённая цепная дробь для заданного рационального

числа. В настоящей работе получены оценки длины кратчайшей обобщенной цепной

дроби, а также указаны способы нахождения точного значения этой длины и нахождения

одного из разложений числа в кратчайшую обобщенную цепную дробь. Использование

обобщённых цепных дробей позволяет сократить число шагов алгоритма Евклида до двух

раз по сравнению с алгоритмом Евклида, использующим лишь натуральные частные и

остатки.

Анонсированные задачи полностью исследованы для разложений рациональных

функций в цепную дробь по многочленам. Единственность деления с остатком в кольце

многочленов позволяет рассматривать лишь преобразования рациональной функции

одного вида $\frac{m}{n}$→{$\frac{n}{m}$} при исследовании существования разложений в цепную дробь.

Показано, что разложение в цепную дробь, использующее классический алгоритм

Евклида, является кратчайшим среди всех разложений.

Таким образом, в настоящей работе построена теория конечных цепных дробей в

евклидовых кольцах целых чисел и многочленов. При проведении исследований

использовались методы теории чисел, алгебры и комбинаторики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бухштаб А.А. *Теория чисел*. М.: Просвещение, 1986.

2. Дэвенпорт Г. *Высшая арифметика. Введение в теорию чисел*. М: Наука, 1965.

3. Маслов Д.А. *Обобщённые цепные дроби* // Дискр. мат., 1998. – Т. 10. Вып. 4. –

С. 39 – 60.

4. Винберг Э.Б. *Алгебра многочленов*. М.: Просвещение,\_\_