



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС

Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

ТОЖДЕСТВА МОНОИДА ПЕРКИНСА И ЗАДАЧА ТЫСЯЧЕЛЕТИЯ

Михайловский Дмитрий Владимирович (Санкт-Петербург, школа №564, 10 класс)

Руководитель: Кублановский Станислав Исакович, доктор физико-математических наук, Директор ТПО «Северный Очаг»

Задачи тысячелетия составляют семь математических задач, охарактеризованных как «важные классические задачи, решение которых не найдено вот уже в течение многих лет». За решение каждой из этих задач институтом Клэя предложено вознаграждение в 1000000 долларов США. Одной из таких задач является задача, связанная со сложностью алгоритмов. Среди этих алгоритмов выделяются алгоритмы, которые решают задачу за полиномиальное число шагов от числа входных данных. Множество таких алгоритмов обозначается буквой P . Другим известным классом задач являются алгоритмы с полиномиальной проверкой ответа. Если получен ответ задачи, то этим алгоритмом можно проверить, что это является решением. Класс таких задач обозначается как NP . Одной из задач тысячелетия является задача и совпадения этих классов $P = ? NP$. Впервые этот вопрос был поставлен Стивеном Куком в 1971 году и Леонидом Левиным в 1973 году. В 2005 году математики Сейф и Сцабо доказали эквивалентность этой задачи тысячелетия и задачи проверки выполнимости тождеств на так называемом моноиде Перкинса. А именно, если задача проверки тождества на моноиде Перкинса может быть решена за полиномиальное время, то класс P равен NP . **Моноид Перкинса** устроен просто: это моноид матричных единиц, нулевая и единичная матрицы относительно умножения матриц. Первые 5 элементов образуют так называемую **полугруппу Брандта**. **Тождеством** называется пара слов (над счетным алфавитом) от не коммутирующих переменных, соединённых знаком равенства. Тождество выполняется в некотором моноиде (полугруппе), если при любых значениях переменных из этого моноида оно обращается в верное равенство. В 1970-ые годы группой математиков был найден полиномиальный алгоритм проверки тождеств полугруппы Брандта. Но для моноида Перкинса этот вопрос открыт до сих пор. В этой работе рассматривается вопрос поиска такого алгоритма. Основным результатом является доказательство существования этого алгоритма для **циклических тождеств**. **Циклическим тождеством** будем называть тождество, у которого слова начинаются и заканчиваются одной и той же буквой. Такую букву будем называть **циклической буквой** этого тождества.

Доказательство основано на описании тождеств от двух переменных на моноиде Перкинса, полученных автором, и на описании тождеств, выполняющихся в полугруппе Брандта, сформулированных в работе Нормана Рейли.

Основным результатом работы является **теорема**: *Циклическое тождество с числом переменных меньше 4 выполняется в моноиде Перкинса тогда, и только тогда, когда выполняются два условия: тождество выполняется в полугруппе Брандта и тождество, получаемое при вычеркивании всех вхождений циклической буквы в слова u и v , выполняется в моноиде Перкинса*, и **гипотеза**: *Это утверждение справедливо для всех циклических тождеств*.

Данное утверждение уменьшает сложность проверки циклических тождеств на моноиде Перкинса, что в будущем может помочь для получения полиномиальной сложности проверки любого тождества на моноиде Перкинса.