БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2018

Санкт-Петербург

5 – 8 февраля 2018 года

МАТЕМАТИКА

Точные решения одномерного НУШ с квадратичной и кубической нелинейностями

«Математика»

Грауман Владислав Александрович, Кузнецов Олег Юрьевич (научный руководитель, Преподаватель ШЮИ НОЦ ИПФ РАН), место выполнения работы: НОЦ ИПФ РАН

Была поставлена задача о нахождении точных решений нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ) с квадратичной и кубической нелинейностями. В работе главный фокус был сосредоточен на поиске неизвестной функции в виде уединённой волны: солитона и кинка, также были получены и параметризованные периодические решения. Актуальность обоснована важной ролью нелинейных явлений в различных разделах современной физики (нелинейной оптике, физике плазмы). Результаты обладают новизной: решений, аналогичных полученным, авторами обнаружено не было.

При решении проблемы уравнение исследовалось с помощью замены неизвестной функции и дальнейшего сведения его к уравнению нелинейного осциллятора. Рассматривался как случай фокусирующего НУШ, так и с дефокусировкой. Исследовался вид потенциала и строилась соответствующая фазовая плоскость. В зависимости от типа особых точек плоскости, находились искомые точные солитоноидальные решения. Отмечалась их динамика при изменении входящих параметров.

В результате были получены точные решения одномерного НУШ для различных соотношений между коэффициентами уравнения в виде пары “тёмного” и “светлого” солитонов (бризера) для уравнения с фокусировкой и дефокусировкой, пары кинк-антикинк, параметризованные солитоноидальные и периодические решения при определённых значениях параметра. В случае, когда хотя бы один из коэффициентов при нелинейностях равен нулю, данные решения не существуют. Эти результаты были получены впервые.

На основе анализа результатов, можно сделать предположения о прикладном характере полученных решений в тех областях физической науки, где используется НУШ в модификации с квадратичным слагаемым.

Список литературы:

1. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. "Л.И.Мандельштам и современная теория нелинейных колебаний и волн".
2. Захаров В.Е. "Теория солитонов: метод обратной задачи".
3. Жданов Н.К. "Исследование движения частицы в поле с двумя потенциальными ямами".

Кручу верчу-математику учу!

«Математика»

Кончук Егор Николаевич, Кононкова Ирина Викторовна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: в школе

Цель работы: – нахождение связи между спиннером и математикой, использование этой связи при решении математических задач. Данная цель может быть достигнута при условии решении ряда задач. Предметом данного исследования являются математические задачи, связанные с использованием спиннера. Новизна работы заключается в том, что тема применения спиннера в математике не освещена в современной литературе. Практическая значимость исследования состоит в возможности использования его результатов при изучении сложных тем математики. Актуальность работы заключается в том, что дети не выпускают из рук «спиннер». Бороться бесполезно, спиннеры продают на каждом углу и шагу, и дети буквально грезят модными игрушками.

Целью и задачами было обусловлено комплексное использование методов исследования: - наблюдения и сравнения. Таким образом, именно спиннер – объект нашего исследования.

Возможность использования спиннера при изучении сложных тем математики (теории вероятности и тригонометрии)

В данном исследовании я попытался привести наиболее удачные примеры использования спиннера на уроках математики, геометрии, физики, тригонометрии. И пришел к следующим вводам: Чтобы урок математики превратился в настоящее приключение, устройте соревнования.

Список литературы:

1. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений/ 10-е изд.-М.: Просвещение, 2000.-384с.
2. Элементы комбинаторики и бином Ньютона. Белый ветер. 2016-110с. 3.Материалы с сайта «Переходный возраст». - Режим доступа: www.pvz.by

Математический анализ экспериментальных данных

«Математика»

Трофимова Ксения Сергеевна, Кузнецова Юлия Анатольевна (научный руководитель, учитель алгебры и геометрии), место выполнения работы: МБОУ Лицей №40

Для достижения цели решались следующие задачи: 1. написать программы в ABC Packal построения полинома Лагранжа и прямой методом наименьших квадратов (МНК); 2. применить программу интерполяции для нахождения полинома Лагранжа, описывающего экспериментальные данные; 3. использовать программы для МНК на данных, полученных в ходе эксперимента на машине Атвуда; 4. найти численное значения ускорения свободного падения с указанием ошибки измерений.

Аппроксимация и интерполяция данных полученных с эксперимента на машина Атвуда.

В результате проделанной работы были сформулированы следующие выводы: Написана программа линейной аппроксимации данных методом наименьших квадратов. Для аппроксимации была выбрана изначально линейная зависимость h(t2), полученная из проведения эксперимента на машине Атвуда. Применив метод линейной аппроксимации, было получено значение ускорения свободного падения, с указанием ошибки измерений.

Написана программа, позволяющая интерполировать данные, заданные в дискретном виде. Применение полинома Лагранжа в качестве интерполирующей функции позволяет узнать значение функции в любой заданной точке.

Список литературы:

1. Фадеев М.А., Марков К.А. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ: Учебное пособие.¬ Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2005.¬156с.

Вас снимают

«Математика»

Чижова Мария Александровна, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, преподаватель ФТШ СПбАУ), место выполнения работы: дома

Во многих областях науки возникает проблема определения внутренней структуры объекта наиболее удобным для восприятия образом, т. е. в виде изображения. Для ее решения во многих случаях неприемлемы методы решения, связанные с разрушением объекта, поэтому создаются специальные приборы дистанционного получения данных, с помощью которых можно получить информацию о внутренней структуре объекта. Распространенным является такой вид дистанционно получаемых данных, как проекции. Первым шагом в решении данной проблемы было открытие рентгеновских лучей. Также Радон предложил метод решения обратной задачи интегральной геометрии, состоящий в восстановлении функций по их интегральным характеристикам, были придуманы японские кроссворды. Пусть I из R является объединением непересекающихся отрезков на прямой. Обозначим за L(I) длину множества I, то есть сумму длин соответствующих отрезков. Подмножество плоскости A будем называть фигурой, если оно ограничено, замкнуто и его пересечение с любой прямой есть объединение конечного числа отрезков. Зафиксируем некоторую декартову систему координат на плоскости. Для фигуры A определим её x-снимок, как функцию f_x : R->R, которая по точке t на прямой OX вычисляет длину пересечения A с прямой, проходящей через t и перпендикулярной OX. Аналогично y-снимок

Научное программное обеспечение - математика. Метод, использованный автором при решении, - эксперимент, в ходе которого рассматривали различные варианты расположения фигур на плоскости и способы их восстановления.

Были найдены варианты расположения различных фигур и способы восстановления по x- и y-снимкам, приведено обоснование почему не можем использовать только один снимок. Рассмотрены случаи, когда фигура имеет бесконечное количество вариантов восстановления, приведены примеры неравных фигур, имеющих одинаковые снимки. Рассмотрены случаи, когда можем восстановить определённую информацию по снимкам, такую как площадь, является ли фигура невыпуклой или центрально-симметричной, содержит фиксированную точку.

В данной работе были исследованы различные способы восстановления фигур с помощью снимков, а также варианты их расположения. В будущем данную задачу можно исследовать не только для фигур на плоскости, а также для объемных фигур в пространстве. Данная задача найдет свое применение во многих областях науки и техники, таких как медицина, оптика, геофизика, астрофизика, геология и других.

Список литературы:

1. https://plus.maths.org/content/saving-lives-mathematics-tomography
2. http://www.nanometer.ru/2015/06/12/matematicheskie_zadachi_464647.html
3. https://vk.com/doc173389760_456210391?hash=d07d62104ae4fac810&dl=d34a132cf79ccf3c1f

Использование сетей Штейнера для построения участка дороги “Автомобильная дорога Р-16 Тюхиничи — Высокое — граница Республики Польша (Песчатка), км 20,000 — км 41,000”

«Математика»

Кондратюк Мария Владимировна, Лешкевич Александр Николаевич (научный руководитель, Учитель математики и информати), место выполнения работы: в школе

В работе рассматривается решение задачи соединения трех пунктов автомобильная дорога Р-16 Тюхиничи, г. Высокое, граница Республики Польша (Песчатка) автомобильной дорогой с использованием сетей Штейнера. Таким образом, актуальность темы исследования определена выбором оптимального проекта при строительстве участка дороги. Целью данной работы является построение модели дороги «Автомобильная дорога Р-16 Тюхиничи — Высокое — граница Республики Польша (Песчатка), км 20,000 — км 41,000» с использованием сетей Штейнера. Задачи работы: 1) применить сети Штейнера для построения участка дороги «Автомобильная дорога Р-16 Тюхиничи — Высокое — граница Республики Польша (Песчатка), км 20,000 — км 41,000»; 2) оптимизировать полученную сеть Штейнера с учетом природного ландшафта конкретной местности; 3) сравнить полученные результаты с проектами, принятыми для рассмотрения. Задача Штейнера состоит в поиске минимального дерева Штейнера — кратчайшей сети, соединяющей заданный конечный набор точек плоскости. Для трех точек на плоскости она формулируется следующим образом: в заданном треугольнике нужно найти точку на плоскости, сумма расстояний от которой до вершин этого треугольника наименьшая.

Анализ, сравнение, измерение, моделирование

С помощью трехточечной задачи Штейнера был спроектирован участок дороги, соединяющий три контрольные точки кратчайшей сетью дорог. Полученный проект был оптимизирован с учетом особенностей ландшафта местности. Поставленные задачи в работе были рассмотрены и решены.

С помощью сетей Штейнера был спроектирован участок дороги, длина которого на 2 км меньше существующей дороги. В нашем случае математическая модель построения совпала с проектным решением, утвержденным для строительства. Уменьшение длины пути отражается на расходах по его строительству. При масштабном внедрении данной методики можно ожидать значительной экономии ресурсов (финансовых, людских и временных).

Список литературы:

1. http://lmatrix.ru/news/practice/algoritm-shtejjnera-poisk-kratchajjshikh-setejj_137.html
2. https://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-kratchayshey-seti-dorog-na-odnorodnoy-territorii-s- ispolzovaniem-trehtochechnoy-zadachi-shteynera-na-primere-chistopol

Перечисление соответствий между конечными множествами

«Математика»

Гуревич Яков Григорьевич, Рзаев Руслан Алиевич (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: дома

Основной задачей перечислительной комбинаторики является задача перечисления (подсчета) различных объектов с заданными свойствами. Формально для перечисления требуется предъявить ряд натуральных чисел (расширенный 0), как правило, бесконечный, где i-ый член – искомое количество для значения параметра i . В случае, если параметров несколько, ряд образуется по некоторому правилу обхода таблицы (многомерной таблицы). Классическое решение предполагает нахождение некоторой формулы, которая позволяет вычислить член этого ряда непосредственно или рекуррентно, т.е. в зависимости от предыдущих членов ряда. Статья (Wikipedia) в списке задач комбинаторики под номером 2, содержит задачу: “Сколько существует функций F из n-элементного множества в m-элементное, удовлетворяющих заданным ограничениям?”. Нам показалось, что можно несколько расширить задачу.

Комбинаторика является хорошо разработанным разделом математики и содержит большое количество способов подсчета объектов. В современном подходе комбинаторные задачи, как правило, описываются как задачи подсчета числа элементов конечных множеств, обладающих определенными свойствами. Использовалась основная методология комбинаторики

1. Результат работы сведен в таблицу. Найдены все формулы. 2. Для проверки последовательностей в OEIS, а также для внесения новых последовательностей была создана программа, вычисляющая значения по формулам, и представляющая последовательности как в табличном, так и в «антидиагональном» виде. 3. При перечислении дифункциональных соответствий удалось получить новые результаты (строки 17,18,21). Данные результаты были зарегистрированы в OEIS под номерами A265417, A265706,A265707.

Во всех перечисленных соответствия область отправления и область прибытия рассматривались как «помеченные» («labeled») множества. В смежных задачах перечисления графов или перечисления отношений на множестве решаются и задачи перечисления с «непомеченными» множествами. Обычно, это более сложные задачи. В дальнейшем будет также интересно рассмотреть и наше перечисления для «непомече нных» множеств.

Список литературы:

1. Ж.Риге Бинарные отношения.Замыкания.Соотвествия Галуа.
2. Н.Бурбаки Теория множеств
3. Шиханович Ю.А. Введение современную математику
4. Шрейдер Ю.А. Равенство Сходство Порядок

Независимые множества

«Математика»

Устинович Арсений Александрович, Бородай Наталья Георгиевна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: в гимназии

В работе исследуется решение задачи о нахождении независимых множеств для некоторых графов. Объектом исследования в данной работе служат следующие графы: простая цепь (1); простой цикл (2); колесо граф (3); пан граф (4); звезда граф (5). Пусть задан простой конечный граф G = (VG, EG), где VG – множество вершин, EG – множество рёбер графа G. Порядком графа G называется число |VG| его вершин. Подмножество (в том числе, и пустое) вершин графа называется независимым множеством графа, если никакие две вершины из этого множества не смежны. Обозначим через i(G) число всех независимых множеств графа G. Независимое множество графа называется максимальным, если оно не является собственным подмножеством некоторого другого независимого множества. Наибольшее по мощности (количеству содержащихся во множестве элементов) независимое множество называется наибольшим. Обозначим через mi(G) число всех максимальных независимых множеств, а через MI(G) – число всех наибольших независимых множеств графа G. Цель работы – найти точные значения или оценить величины i(G), mi(G), MI(G) для графов (1)–(5).

Для решения поставленной задачи будем выписывать независимые множества, выполняя полный перебор комбинаций множеств для последовательных значений n вершин графа, предварительно их занумеровав. Методы исследования: 1. Анализ. 2. Полный перебор 3. Метод обобщения. 4. Синтез. 5. Метод математической индукции.

В ходе проведенного исследования были установлены рекуррентные соотношения, описывающие величины i(G) и mi(G), для графов: простая цепь (1); простой цикл (2); колесо (3); пан граф (4); звезда (5). Кроме этого удалось записать формулы для величины MI(G) для всех графов. Средствами перечислительной комбинаторики записаны и доказаны формулы для величин i(G), MI(G) в случаях, когда G – простая цепь и простой цикл. Для остальных графов (3), (4), (5) формулы для i(G),MI(G) выведены на основании формул для графов (1) или (2).

Необходимо отметить, что в ходе проведенного исследования было замечено, что разность между числом независимых множеств цепи и цикла образует последовательность чисел Фибоначчи начиная с n=3; разность между числом независимых множеств цепи и пан графа также образует последовательность чисел Фибоначчи начиная с n=4. В перспективе было бы интересно исследовать другие виды графов.

Список литературы:

1. Мельников, О.И. Занимательные задачи по теории графов / О.И. Мельников. – Мн.: «ТетраСистемс», 2001
2. Wolfram MathWorld [Electronic resource] / Ed. Eric Weisstein. – Wolfram Research. – Mode of access:
3. http://mathworld.wolfram.com/topics/GraphTheory

Построение замечательных кривых в табличном процессоре MS Excel

«Математика»

Чегодайкин Илья Михайлович, Лютов Руслан Александрович (научный руководитель, учитель математики и информати), место выполнения работы: в школе

При изучении, темы преобразования графиков функций возникает необходимость построения графиков элементарных функций и уравнений выше второй степени. Для изучения свойств этих функций MS Excel предлагает широкие возможности, которые в школьных учебниках по информатике не оговариваются, что обуславливает актуальность выбранной темы. Любая точка на плоскости может быть однозначно определена при помощи различных координатных систем. Способ задания начальных условий для решения какой–либо конкретной технической задачи может определить выбор той или иной системы координат. Исходя из этого, целью работы стало – показать алгоритм построения графиков функций в MS Excel, принцип построения линий высших порядков в полярной системе координат с помощью формул перехода от декартовых координат к полярным координатам. Из цели вытекают следующие задачи: • выявить связь полярных и декартовых координат; • изучить свойства кривых высших порядков; • рассмотреть построение кривых в полярных координатах; • сформулировать алгоритм построения кривых в MS Excel; • построить графики функций в декартовой системе координат и линии высших порядков в полярной системе координат, проанализировать их; • познакомиться с замечательными кривыми известных математиков.

В данной работе использовались классические методы исследования. Такие как анализ, синтез, сравнение, компьютерный эксперимент средствами табличного процессора MS Excel.

Данная работа предназначена в помощь учителям при изучении функции, а также ученикам с целью заинтересовать их математикой, информатикой, показав возможности использования информационных технологий на уроках математики. Построение графиков с параметром позволяет рассмотреть особенности графика в зависимости от параметра, изучить свойства функции, научиться строить графики функций путем преобразований исходной. Также был проработан алгоритм построения кривых высших порядков в полярных координатах в MS Excel.

Умение строить графики уравнений с параметрами позволяет найти корни уравнений и их зависимость от введенного параметра, что даст наглядную картину решения данного уравнения. Это позволяет решать задания ЕГЭ. Также данные навыки будут необходимы при построении графиков и диаграмм в дальнейшей профессиональной деятельности.

Список литературы:

1. Азевич Двадцать уроков гармонии
2. Александров Лекции по аналитической геометрии
3. Ильин Аналитическая геометрия
4. Клетеник Сборник задач по аналитической геометрии
5. Погорелов Аналитическая геометрия
6. Полозюк Конспект лекций по высшей математике

Геодезические на многогранниках

«Математика»

Акиньшин Степан Дмитриевич, Дронзик Анна Борисовна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: в школе

Что такое геодезические, их свойства и нахождение на некоторых многогранниках. Изучение сборки правильных и полуправильных многогранников по аналогии со сборкой додекаэдра Штейнгауза. Связь резиночки из метода сборки методом Штейнгауза и геодезических на многогранниках.

Были изучены материалы о геодезических. Опытном путем с помощью пенокартона, скотча и резинок были созданы модели всех правильных многогранников.

Мы выяснили, что методом Штейнгауза можно собрать все правильные многогранники. Были собраны модели методом Штейнгауза для куба, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра, тетраэдра. Существует многогранники, которые невозможно собрать по методу Штейнгауза. Найдена связь между геодезическими на многограннике и "резиночкой" из сборки метода Силашши. Изучен способ нахождения всех геодезических на тетраэдре. Выяснилось, что существуют выпуклые многогранники без геодезической без само пересечений.

В процессе разработки остаются вопросы: 1. Нахождение сборки методом Штейнгауза полуправильных многогранниках; 2. Нахождение геодезических для различных многогранников; 3. Доказательств, что резинка из метода Штейнгауза является геодезической; 4. Доказать или опровергнуть существование простой геодезической из трёх звеньев на многограннике Силашши

Список литературы:

1. Dmitry Fucs and Ekaterina Fucs “Closed geodesics on regular polyhedra”; Дмитрий Фукс, Сергей Табачников “Математический дивертисмент”;
2. Протасов В.Ю. “Геодезические на многогранниках”; G. Galperin. Convex Polyhedra Without Simple Closed Geodesics.

Обобщенно выпуклые функции

«Математика»

Сандрыгайло Янина Игоревна, Мурашко Вячеслав Игоревич (научный руководитель, Учитель математики, магистрант), место выполнения работы: В гимназии.

Важным свойством выпуклой функции f является то, что значение функции f от среднего арифметического двух чисел меньше либо равно среднему арифметическому значений функции f от этих чисел. Однако кроме среднего арифметического известно много других средних: например, среднее геометрическое, среднее квадратическое, среднее гармоническое. Некоторыми авторами, в т.ч. G.D.Anderson, M.K.Vamanamurthy и M.Vuorinen в работе «Generalized convexity and inequalities» это свойство обобщалось следующим образом: слева и справа вместо среднего арифметического рассматривались вышеупомянутые другие средние. Заметим, что указанные выше средние являются частными случаями среднего степенного, которое, в свою очередь, является частным случаем среднего по Колмогорову. В данной работе изучаются функции f, обладающие следующим свойством: если M и N- средние по Колмогорову, то для любых a_1,...,a_n из области определения f выполняется неравенство M(f(a_1),...,f(a_n))≥f(N(a_1,...,a_n)). Цель: найти критерии, при которых функция f обладает указанным свойством, а также изучить применение таких функций для доказательств неравенств.

При доказательстве использовались методы математического анализа и теории функций.

В качестве основного результата найдены определенные критерии, при которых для функции f при любых a_1,...,a_n из области определения f выполняется неравенство M(f(a_1),...,f(a_n))≥f(N(a_1,...,a_n)), где M и N- средние по Колмогорову.

Полученные результаты вносят вклад в развитие теории неравенств, которая применяется почти во всех областях математики и физики, и могут быть интересными для старшеклассников, интересующихся математикой. Результаты работы могут быть использованы в нелинейном программировании и выпуклом анализе. Их планируется обобщить для неравенства Мюрхеда.

Список литературы:

1. C. P. Niculescu, Convexity According to Means.
2. G. D. Anderson, M. K. Vamanamurthy, M. Vuorinen, Generalized convexity and inequalities.
3. Радзивиловский, Л. В. Обобщение перестановочного неравенства и монгольское неравенство.

Обобщение неравенства Гёльдера

«Математика»

Шиляев Иван Владимирович, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, Преподаватель лицея ФТШ), место выполнения работы: в школе

Известное неравенство Гёльдера может быть представлено в другой форме, которая носит название неравенства Радона. Целью данного исследования является функциональное обобщение последнего неравенства. Для этого были введены определения новых функций на основе супер- и субаддитивности.

При доказательстве неравенств использовалось неравенство Коши, а также определения соответствующих введенных нами функций.

Было получено два обобщения неравенства Гёльдера, а также их следствия, включая интегральные, и показано, для каких функций выполняются соответсвующие неравенства.

Полученные в ходе исследования неравенства могут быть использованы школьниками при решении олимпиадных заданий, для доказательства других, более сложных неравенств. Приведенные обобщения могут быть использованы для оценки различных величин. В качестве направления для дальнейшего исследования может быть выбрано обобщение неравенства Поповичу.

Список литературы:

1. Беккенбах Э., Беллман Р, Неравенства.
2. Шафаревич И. Р., О решении уравнений высших степеней (метод Штурма).

Модель Шеллинга с адаптацией и клеточные автоматы

«Математика»

Жаров Владислав Сергеевич, Кудрявцев Константин Николаевич (научный руководитель, кандидат физ.-мат. наук), место выполнения работы: в школе

Классическая модель Шеллинга, которая описывает процесс сегрегации в обществе, имеет некоторые недостатки, из-за которых лишь поверхностно показывает весь процесс. Была поставлена цель – сделать модель, описывающую процесс сегрегации с учетом некоторых недостатков модели Шеллинга, а также порогового поведения модели массовых беспорядков Грановеттера. Для достижения цели мы решили рассмотреть и изучить классическую модель Шеллинга, исследовать модель модели массовых беспорядков Грановеттера, сделать модель, описывающую процесс сегрегации с учетом ассимиляции и личных качеств каждого вида.

Для достижения цели были использованы следующие методы исследования: была написана программа на языке C++, описывающая процесс сегрегации в обществе с адаптацией и была проведена сравнительная статистика по некоторым основным критериям (дисперсия, среднее количество итераций, среднее линейное отклонение, среднее квадратичное отклонение) с классической моделью без адаптации, для которой тоже была написана программа

Была подтверждена гипотеза, модель, созданная нами, более приближена к реальным условиям и более детально описывает процесс сегрегации в обществе, чем классическая модель без адаптации. Модель с адаптацией выигрывает у классической модели по всем основным критериям, по которым мы сравнивали модели.

В дальнейшем планируется еще модернизировать модель, дополнить ее, чтобы еще более детально описывать процесс сегрегации в обществе. Данную модель можно использовать при моделировании различных ситуаций в обществе, так как наша модель более приближена к реальным условиям,чем классическая, потому что учитывает больше факторов, влияющих на процесс сегрегации.

Список литературы:

1. http://dewdis.github.io
2. https://www.b17.ru
3. https://habrahabr.ru
4. http://ineternum.ru

Прямая и окружность Эйлера в четырехугольниках

«Математика»

Ивановская Мария Юрьевна, Токмакова Наталья Васильевна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: в школе

В данной работе рассмотрены такие геометрические закономерности как прямая Эйлера, окружность девяти точек и треугольник Эйлера, найденные и изученные Леонардом, но незамеченные Евклидом. Исследования ведутсяна ротяжении двух лет. В работе прошлого года получены следующие результаты: местоположение фигур Эйлера в треугольниках зависит от вида исходного треугольника, существуют некоторые закономерности характерных точек окружности Эйлера в равнобедренных треугольниках. Цель исследования этого года заключается в нахождении различных закономерностей и свойств фигур Эйлера в четырехугольниках, состоящих из двух или четырех равнобедренных треугольников (образованых при делении фигуры диагоналями). Оригинальность работы заключается в использованном методе исследований: раннее, без некоторых компьютерных программ, невозможно было выявить подобные случаи взаимодействия фигур Эйлера между собой и с их исходными треугольниками. Результаты исследования можно использовать в проектировании, решении некоторых геометрических задач и создании задач на построение базового уровня как треугольников, так и четырехугольников, основываясь на частных случаях взаимодействия фигур Эйлера.

Все геометрические построения (около 100-120 случаев) были выполнены в программе Geoebra. Программа позволяет задавать множество условий для решения поставленной задачи, изменять параметры фигур и, благодаря этому, находить различные закономерности, частные случаи взаимодействия фигур Эйлера для дальнейшего доказательства. Был использован метод перебора некоторых параметров треугольников и четырехугольников для создания геометрических задач.

Прямые Эйлера в выпуклом и невыпуклом дельтоиде, ромбе и квадрате с одной диагональю совпадают, а в прямоугольнике взаимно перпендикулярны. В четырехугольнике, образованном двумя равнобедренными треугольниками, окружности Эйлера имеют одну общую точку, а равенство радиусов окружностей Эйлера зависит от равенства исходных треугольников. В прямоугольнике и "другом" четырехугольнике точки пересечения таких окружностей меняют свое положение в зависимости от параметров треугольников. Взаимодействие треугольников Эйлера различно.

По результатам исследований можно составить некоторые геометрических задачи на построение четырёхугольников с использованием найденных закономерностей. Возможно использование найденных свойств фигур Эйлера при работе с расчетной сеткой, где необходимы различные "интересные" фигуры треугольников. В дальнейшем можно рассмотреть фигуры Эйлера в пространстве - на гранях пирамид.

Список литературы:

1. Шарыгин, Ягубьянц, «Окружность девяти точек и прямая Эйлера»//»Квант», 1981 год, номер 8
2. Интернет-ресурс: свободная онлайн- энциклопедия «Википедия»: https://ru.wikipedia.org
3. Интернет-ресурс: http://math4school.ru/chetyrehugolniki.html#spr810

Тетраэдр – пространственный аналог треугольника

«Математика»

Крипаков Иван Дмитриевич, Котова Татьяна Алексеевна (научный руководитель, преподаватель математики), место выполнения работы: в школе

Предмет исследования данной работы – геометрические свойства тетраэдра, являющиеся аналогами свойств треугольника. Объект исследования – тетраэдр. Актуальность данной работы заключается в том, что, в школьном курсе геометрии не уделяется должного внимания сравнению плоскостных фигур и пространственных, точнее не устанавливаются аналогии между свойствами треугольника и свойствами тетраэдра. Цель исследования – установить истинность утверждений о существовании четырех замечательных точек тетраэдра.

Методы исследования: теоретический анализ и обобщение научной литературы, материальное и компьютерное моделирование.

В соответствии с целью работы были выполнены следующие задачи: 1. Сформулированы определения понятий «медиана тетраэдра», «высота тетраэдра», «биссектриса тетраэдра» 2. Установлено, пересекаются ли медианы тетраэдра в одной точке 3. Установлено, пересекаются ли прямые, содержащие высоты тетраэдра. в одной точке 4. Установлено, пересекаются ли биссектрисы тетраэдра в одной точке 5. Установлено существование центра описанной около тетраэдра сферы

На наш взгляд, аналитические работы в рамках исследования общих свойств плоскостных и пространственных фигур должны быть продолжены.

Список литературы:

1. Заславский А. А. Сравнительная геометрия треугольника и тетраэдра. – Математическое просвещение, сер. 3, вып. 8, 2004 – 78-92 ст.
2. Матизен В., Дубровский В. Из геометрии тетраэдра. – Квант №9, 1988 – 66-71 ст.

"Симметрические многочлены"

«Математика»

Коваль Мария Степановна, горский Сергей Михайлович (научный руководитель, преподаватель), место выполнения работы: в школе

Целью работы является нахождение простых условий, когда симметрические многочлены принимают только неотрицательные значения при положительных значений переменных.

Неравенство Коши, неравентсво Мюрхеда, неравенство Шура. Пакет символьной математики Wolfram Mathematica.

Был получен ряд теорем, в которых из неотрицательности значения многочлена в конечном числе точек следует неотрицательность многочлена для всех положительных значений переменных. Были приведены применения данных теорем.

Найденные теоремы позволяют более простым путем доказывать симметрические неравенства.

Список литературы:

1. http://www.turgor.ru/lktg/2016/3/3-1ru.pdf

Диофантовы уравнения

«Математика»

Будько Дмитрий Андреевич, Каморников Сергей Федорович (научный руководитель, Профессор), место выполнения работы: в школе

Проект посвящен проблеме нахождения решений (в натуральных числах) диофантова уравнения. Диофантовыми называются алгебраические уравнения или системы алгебраических уравнений с целыми коэффициентами, для которых надо найти целые или рациональные решения. При этом число неизвестных в уравнениях должно быть не менее двух. Уравнения названы в честь древнегреческого математика Диофанта. Диофантовы уравнения имеют, как правило, много решений, поэтому их еще называют неопределенными уравнениями. Различают линейные и нелинейные диофантовы уравнения. Линейные диофантовы уравнения хорошо изучены. Что касается нелинейных уравнений (а к ним относится и знаменитое уравнение Ферма), то многие из них до настоящего времени не решены.

Основными методами решения нелинейных диофантовых уравнений являются такие методы как метод прямого перебора, метод вынесения общего множителя за скобку, применение формул сокращенного умножения, способ группировки, способ разложения многочлена на множители, метод использования параметра, метод использования дискриминанта, метод конечного «спуска», метод остатков.

В работе для простых чисел r = 3,5,7,11,13 и для каждого натурального n решены уравнения x^r+y^r=z^n при условии, что z – простое число.Было замечено, что при r=3 уравнение x^r+y^r=z^n имеет больше решений, чем в других случаях. Можно предположить, исходя из анализа случаев r=5, r=7, r=11 и r=13, что при любом простом r, большем 3, уравнение имеет в точности такие же серии решений как и в случаях r=5, r=7, r=11 и r=13.

Были найдены решения для уравнений вида x^r+y^r=z^n, при r = 3,5,7,11,13 и выдвинута гипотеза, что для всех уравнений данного вида, при любом простом r, большем 3, уравнения имеют в точности такие же серии решений как и в случаях r = 5,7,11,13.

Список литературы:

1. Галкин В.Я. Конкурсные задачи, основанные на теории чисел.
2. Бардушкин В.Н., Кожухов И.Б. Основы теории делимости чисел. Решение уравнений в целых числах. Факультативный курс.
3. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Задачи на целые числа (от учебных задач до ол

Об одном обобщении пифагоровых троек

«Математика»

Николаева Юлия Олеговна, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, к.ф.-м.н., доцент), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК МАН «Искатель»

В работе обосновать новое свойство пифагоровых троек, которые образуют почти равнобедренный треугольник. На основании этого свойства получить формулы для нахождения решений более сложных диофантовых уравнений.

При написании работы использовались методы теории чисел, связанные с решениями диофантовых уравнений, а также, теория конечных цепных дробей.

В работе получено новое свойство примитивных пифагоровых троек, порождающих почти равнобедренные треугольники, на основании которых получены обобщения уравнения для пифагоровых троек и доказаны формулы для решения этих, более сложных уравнений.

Пифагоровы тройки чисел определяют геометрическую евклидову природу физических явлений, и с этой геометрией связано очень много различных вещей, чисто физических, чисто химических, технических, музыкальных и т.д. То есть, речь идет о всеобщем применении пифагоровых троек в различных областях науки и искусства

Список литературы:

1. Оре О.,Приглашение в теорию чисел.-М:Едиториал УРСС, 2003
2. Базылев Д.Ф., Справочное пособие к решению задач: диофантовы уравнения.-Мн.:НТЦ АПИ, 1999
3. Серпинский В.Пифагоровы треугольники.М.,Учпедгиз, 1959
4. Хинчин А.Я.Цепные дроби.М.,Наука, 1978

Матричные степенно-показательные уравнения и их решение

«Математика»

Пачкаев Андрей Васильевич, Лутковский Дмитрий Сергеевич, Козлов Александр Александрович (научный руководитель, Доцент, кандидат наук), место выполнения работы: Полоцкий государственный университет

Решения отдельных типов степенно-показательных матричных уравнений. Задача исследования состоит в получении решений отдельных классов степенно-показательных матричных уравнений. Основные определения: вырожденная (особая) матрица, периодическая матрица периода K Є N, ортогональная матрица, инволютивная матрица.

Методами исследования являются методы матричного анализа и линейной алгебры, теории делимости целых чисел.

В настоящей работе введено определение матричных степенно-показательных уравнений и рассмотрены три типа этих уравнений. Получены отдельные классы решений таких типов уравнений, сформулированные в виде теорем.

Выведенные теоремы помогут в дальнейшем решении степенно-показательных матричных уравнений общего вида. Возможности применения - высшая математика, программирование.

Список литературы:

1. Бортаковский, А.С. Линейная алгебра в примерах и задачах: Учеб. пособие / А.С. Бортаковский, А.В. Пантелев. — М.: Высш. шк., 2005 — 591 с.: ил.

Математическое моделирование стационарного состояния популяции амеб

«Математика»

Николаева Надежда Геннадьевна, Клебанов Игорь Иосифович (научный руководитель, доцент,к. ф.-м. н.), место выполнения работы: Южно-Уральский Государственный Гуманитарный Педагогический Университет

Математическое моделирование динамики популяций простейших (амеб) полезно как с теоретической точки зрения, так и с практической точки зрения, поскольку некоторые разновидности амеб являются возбудителями смертельно опасных заболеваний человека и животных. Амебы являются непременными компонентами почвенных биоценозов. Они могут использоваться как индикаторы физических и химических свойств почв. Модель динамики популяции амеб позволяет ученым-биофизикам делать расчеты расположения одноклеточных организмов в зависимости от определенных данных. Данные расчеты полезны при изучении различных видов почв на примеси и различные загрязнения. Целью настоящей работы является изучение математической модели динамики популяции амеб, построенной А.А. Самарским и А.П. Михайловым.

Методы исследования: 1. Вычисление групп симметрии допускаемых системой модельных уравнений на основе алгоритма Ли-Овсянникова с применением специализированного математического пакета GEM. 2. Численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Проведенный анализ показал, что в зависимости от значений концентрации притягивающего вещества и плотности амеб (а также градиентов этих величин) в центре сферического распределения, возможны три типа стационарного распределения амеб: -равномерное распределение -быстрое монотонное убывание с увеличением расстояния от центра (концентрация в конечном объеме) -затухающие пространственные колебания с выходом на насыщение.

Выводы 1. Впервые вычислены группы симметрии, допускаемые изучаемой моделью. 2. Проведен численный анализ модельной системы уравнений (2) в случае стационарного сферически симметричного решения. Полученные результаты представляют интерес для специалистов в области математического моделирования и биофизики, медицины, ветеринарии.

Список литературы:

1. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2 .Ибрагимов Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования.
2. Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений

Порожденные подграфы

«Математика»

Шумчик Владислав Александрович, Гришалевич Надежда Дмитриевна, Цыбулько Оксана Евгеньевна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: в лицее

Данная исследовательская работа принадлежит разделу теории графов, где мы рассматриваем и находим новые свойства порожденных подграфов. Напомним, что порожденный подграф – другой вид графов, который составлен из подмножества вершин графа вместе со всеми ребрами, соединяющими пары вершин из этого подмножества. Теория графов находит применение, например, в геоинформационных системах (ГИС). Существующие или вновь проектируемые дома, сооружения, кварталы и т. п. рассматриваются как вершины, соединяющие их дороги, инженерные сети, линии электропередачи и т. п. — как рёбра, а области, районы и т.п. — как подграфы • Исследовать свойства попарно неизоморфных порождённых подграфов и их количество. • Найти интересные методы решения задач на нахождение числа попарно неизоморфных порождённых подграфов

Метод перебора и обобщения данных.

Были исследованы свойства попарно неизоморфных порождённых подграфов и их количество.

Было проведено исследование свойств подмножества связных подграфов и множества всех подграфов;исследование количества графов подмножества попарно неизоморфных связных и множества всех порождённых подграфов; исследование количества графов подмножества попарно неизоморфных связных и множества всех порождённых подграфов графа и его дополнения, а также их зависимостей друг от друга.

Список литературы:

1. Мельников О.И. «Теория графов в занимательных задачах». Изд. 3-е. 2 Ф. Харари «Теория графов» / Ф. Харари – М.: Мир, 1973 – 300 с

Минимальные строки

«Математика»

Подлеская Дарья Владимировна, Агакарян Ани Гагиковна, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, преподаватель), место выполнения работы: в школе

В данной задаче числа будем рассматривать как строки цифр. Будем говорить, что w – подстрока строки s, если w можно получить из строки s удалением некоторого количества цифр, и будем записывать w<.s. Например, 514 <. 352148. Строки s и w будем называть сравнимыми если w<.s, или s<.w, или и то, и другое (в этом случае будем писать s = w). Если s и w не являются сравнимыми, то будем называть их несравнимыми. Например, 352148 и 8217 несравнимы. Пусть S – множество строк, обозначим через M(S) множество минимальных строк множества S. Строка w называется минимальной строкой множества S, если из того, что x∈S и x<.w, следует, что x =w. 1. Постройте M(S), если S = [1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024]. 2. Постройте M(S), если S – множество натуральных чисел. 3. Постройте M(S), если S – множество четных натуральных чисел.

Метод перебора

Были найдены минимальные строки для различных множеств.

Поиск минимальных строк для других множеств.

Список литературы:

1. M.Lothaire, Combinatorics on Words, Encyclopedia of Mathematics and Its Applications, Vol.17, Addision-Wesley, Reading, Massachusetts

Солнечный зайчик в двух зеркалах

«Математика»

Невгень Ангелина Петровна, Лепленко Наталья Петровна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: ГУО "Лошницкая гимназия Борисовского района"

1. Два зеркала образуют между собой угол ABC = 60º. Луч света PP1 образует со стороной BA угол 45º. Отразившись три раза от сторон, луч P3P4 покидает систему зеркал, образуя со стороной AB угол a. Найдите угол a (Луч отражается от сторон угла по закону «угол отражения равен углу падения»). Здесь и далее будем говорить, что луч покидает систему зеркал, если, начиная с какого-то момента, он перестает соударяться со сторонами угла. 2. Пусть два зеркала образуют между собой угол ABC = a. Луч света PP1 образует со стороной BA угол b, где 0 <a<ф. Обозначим через Pn точку, в которой луч в n-ый раз отразится от одного из зеркал. Если после n-ого отражения луч покидает систему зеркал, то обозначим этот луч PnPa. Верно ли, что луч всегда покидает систему зеркал? a) Если да, то определите, сколько раз он отразится от зеркал (другими словами, найдите n) и найдите угол ф. b) Если нет, то опишите условия на a и ф, при которых это возможно.

Было установлено, что 1. Угол, который образует луч света, трижды отразившись от сторон угла, со стороной выбранного угла в 60° равен 15°. 2. Формула, по которой определяем угол, который образует луч света, отразившись от сторон угла n –ое количество раз:a_n=180° – [a_1 + (n-1) ф]. 3.Формула по которой можно определить, сколько раз луч света отразится от зеркал, прежде чем покинет систему зеркал: n ≥ (180°-a_1)/ф +1.

Данная задача может быть рассмотрена, если угол a – тупой, может быть использована, например, для конструирования компьютерных игр.

Список литературы:

В своей работе автор использовал ресурсы сети интернет.

Критерии разрешимости задач, связанных с нахождением элементов правильной n-угольной пирамиды

«Математика»

Дешевых Дмитрий Валерьевич, Малаховский Николай Владиславович (научный руководитель, кандидант наук, доцент), место выполнения работы: МАОУ Лицей №18

Научная работа посвящена определению критериев разрешимости задач, связанных с нахождением элементов правильной n-угольной пирамиды.

Методы элементарной математики и начала математического анализа.

Обозначая элементы n - угольной пирамида символами: a - ребро основания пирамиды, s- боковое ребро пирамиды, h - высота пирамиды, M- боковая поверхность пирамиды, O- полная поверхность пирамиды, V - объём пирамиды, приходим к выводу о существовании 15 вариантов для определения 2 неизвестных элементов пирамиды из 6 при четырёх известных. Для каждого из них определены критерии существования пирамиды.

Решить поставленную задачу для симплекса в n-мерном евклидовом пространстве.

Список литературы:

1. Энциклопедия элементарной математики, кн. 4, М., 1963, с. 205, Ч27
2. Доморяд А. П., в кн.: Энциклопедия элементарной математики, кн. 2, М., 1951, С. 313, Ч411

Нетривиальные решения уравнения x^y=y^x

«Математика»

Чукин Валентин Васильевич, Малаховский Николай Владиславович (научный руководитель, кандидат наук, доцент), место выполнения работы: МАОУ Лицей №18

Рассматривается формальное уравнение вида XoY=YoX , где символ o обозначает одну из операций вычитания, умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня и логарифмирования. Определяются решения формального уравнения из его допустимой области определения в случае операции возведения в степень. При этом определяются все положительные, целочисленные и рациональные решения уравнения x^y=y^x.

Методы математического анализа и элементарной математики.

Определены решения формального уравнения XoY=YoX из его допустимой области определения в случае операции возведения в степень. При этом определены все положительные, целочисленные и рациональные решения уравнения x^y=y^x.

Определить решения формального уравнения XoY=YoX в случае операций извлечения корня и логарифмирования

Список литературы:

1. Курош А. Г., Курс высшей алгебры, 10 изд., М., 1971
2. Сушкевич А. К., Основы высшей алгебры, 4 изд., М., 1941
3. Энциклопедия элементарной математики, кн. 4, М., 1963, с.205, Ч27

Шифрование на основе наложения сложных функций, полученных при исследовании обратных функций частного вида тригонометрических уравнений

«Математика»

Мацокина Валерия Валерьевна, Батяйкина Елена Вячеславовна (научный руководитель, Учитель физики), место выполнения работы: в школе

Вывести, основываясь на тригонометрических уравнениях типа tgx=a*tgy; ctgx=a*ctgy;sinx=a*siny; cosx=a*cosy; ряд функций; проанализировать графики взятых функций; при помощи проведённых исследований применить полученные функций в шифровании данных при их передаче. Исследования проведенные в работе находят своё широкое применение в криптографии при шифровании и передачи данных. Данная сфера деятельности актуальна в настоящее время и будет актуальна в будущем.

В работе производится исследования сложных тригонометрических функций, на основе чего выводиться новый метод шифрования данных. Исследование производиться аналитическим методом при помощи программы Excel.

В работе были получены и исследованы сложные тригонометрические уравнения, на основе которых был разработан новый метод шифрования данных. Тема работы является практически применимой и актуальной в настоящее время.

Проведя исследования в данной области, получены и исследованы функции, на основе которых разработан надежный метод шифрования данных. Проведённые исследования являются актуальными, а полученный способ шифрования данных полезным во многих сферах. В дальнейшем полученный метод можно применить не только при закрытой передачи данных, но и при создании электронных замков и ключей.

Список литературы:

1. В. Шипачев: Высшая математика: Учебник для вузов
2. Г.М. Фихтенгольц Основы математического анализа
3. Бермант А.Ф., Люстерник Л.А. Тригонометрия

Исследование одной последовательности с округлением

«Математика»

Калинчук Мария Валерьевна, Калинчук Валерий Николаевич (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: в школе

Рассмотрим последовательность, заданную рекуррентно следующим образом: a_1=a, (a∈N) a_(n+1)=||(a_n)^(1/(n+1))||^(n+1), где ||x|| - ближайшее целое число к x (округление). 1) Найти все начальные a, при которых a_n сходится к константе. Какие значения может принимать эта константа? 2) Верно ли что для любого k ∈ N существует такой начальный член a_1=a, что последовательность стабилизируется в последовательность k^n? 3) Исследуйте свойства последовательности при различных n.

Исследования начали проводиться в летней научно-исследовательской школе учителей и учащихся «Бригантина 2017». Затем продолжились в школе. Результаты исследования подтверждены вычислительным экспериментом. Часть данных экспериментов приведена в работе.

1) Получен результат поведения последовательности вида a_1=a (a∈N) a_(n+1)=||(a_n)^(1/(n+1))||^(n+1) Для a_1=1;2 показано, что они сходятся к 1. 2) Для a_1>2, последовательность совпадает с k^n, начиная с некоторого n. Найдена формула для первого индекса n, при котором a_n=k^n. 3) Исследована сходимость последовательностей четных степеней. Найдена зависимость переходов последовательностей состоящих из четных степеней от последовательностей общего вида. 4) Исследована сходимость последовательностей с шагом 2n+1

Получены теоретические результаты поведения последовательностей данного вида, которые могут быть использованы в прикладных направлениях.

Список литературы:

1. Материалы исследования XX республиканской летней физико-математической школы учителей и учащихся «Бригантина 2017»
2. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу 2-е изд., испр. 2011
3. Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике

Композиция функций и правые общие делители

«Математика»

Павлючук Кирилл Александрович, Лакишик Елена Анатольевна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: дома, в школе

Постановка задачи. Пусть G – множество возрастающих линейных функций вида at+b, a,b∈Q. Определим операцию умножения в этом множестве как композицию функций: (at+b)•(ct+d)=a(ct+d)+b=(ac)t+(ad+b). Целью этой задачи является исследование различных композиций линейных функций и их линейных комбинации на вопрос их свойств. Также рассмотрены композиции многомерных пространств и доказаны некоторые их свойства.

При решении сформулированной задачи использовались методы теории рядов и алгебры.

Доказано, что данное множество является группой, рассмотрены отношения правого и левого сравнений. Рассмотрены формальные линейные комбинаций вида $\sum$

Данная задача взята с девятнадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи, а также предложено обобщение. Эта работа будет полезна в исследованиях в некоторых областях математики и физики.

Список литературы:

1. http://www.uni.bsu.by/arrangements/turnir/index.html
2. Ромашкова Е.В., Функции и графики в 8-11 классах
3. Алексеев В.Б., Теорема Абеля в задачах и решениях
4. Вавилов Н., Конкретная теория групп. Основные понятия
5. Моденов П.С., Аналитическая геометр

Об одном классе целочисленных треугольников

«Математика»

Николаев Михаил Юрьевич, Малаховский Николай Владиславович (научный руководитель, доцент кафедры гуманитарных и), место выполнения работы: Дома

Основной задачей было определить обобщённое семейство треугольников со сторонами, выражаемыми попарно взаимно простыми числами a,b,c и соотношением углов B=KA,K=2,3,4... Похожие исследования найдены не было. Также, используя лишь теорему синусов, в работе даётся параметрическое представление класса всех таких треугольников.

Была использована теорема синусов, косинусов, методы комбинаторики

Поставленная задача была выполнена полностью.

Исследование можно использовать в инженерии и математике, а также в архитектуре, например, для того чтобы расставлять скульптуры.

Список литературы:

1. Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и математический анализ для 10 класса М: Просвещение, 1995-335с.Туманов С. И.
2. Поиски решения задачи, изд. Просвещение, 1969-280с. Шклярский Д.О. Часть 1 Арифметика и алгебра.

О группе двадцать четвертого порядка

«Математика»

Клушина Арина Андреевна, Павлюк Инесса Ивановна (научный руководитель, кандидат ф.-м. н.), место выполнения работы: МБОУ "Гимназия №1"

Целью работы является изучение алгебраической структуры – группы (рассматривается конкретная группа октаэдра) и получение нового представления группы в виде графов отношения сопряженных элементов группы для выявления новых свойств. Работа посвящена исследованию в области теории групп, которая относится к разделу абстрактной алгебры, изучающему алгебраические структуры (группы) и их свойства. Теория групп находит свое применение в физике и химии, а именно: с помощью инструментария теории групп возможно описать симметрии кристаллов, молекул и других физических систем, обладающих симметриями. Например, в физике теория групп применяется для нахождения молекулярных орбиталей, для изучения движения электрона в кристалле и распространения звуковых волн в кристалле. Также свойства симметрии геометрических фигур используются в кристаллографии для описания и исследования как внешней органики, так и атомного строения кристаллов. В биологии теория групп применима для описания псевдосимметрий биологических объектов. Напомним, что группой называется непустое множество G с бинарной операцией, называемой «произведением», такой, что выполняются: 1) Закон замкнутости. 2) Ассоциативный закон. 3) Существование единицы. 4) Существование обратного элемента.

Для достижения цели необходимо выполнить задачи: определить порождающие элементы группы; определить генетический код группы; построить таблицу Кэли; построить таблицу сопряжения элементов группы; выявить классы сопряженных элементов группы; найти централизаторы для каждого элемента группы; найти центр группы; выявить классы центральной эквивалентности элементов группы; выявить классы централизаторно эквивалентных элементов группы.

В результате работы была построена таблица Кэли, позволившая создать таблицу сопряжения элементов изучаемой группы.На основе таблицы сопряжения были выявлены структура и свойства группы симметрии октаэдра.Классы сопряжения элементов совместно с выявленными классами централизаторно эквивалентных элементов группы дали возможность построить графы сопряженных элементов группы октаэдра. В результате проведенной исследовательской работы были созданы новые графы, которые наглядно демонстрируют структуру группы симметрии октаэдра.

Полученный результат может представлять интерес для специалистов в области химии, поскольку составленные графы дают представление о поворотах в пространстве молекул тригонально-бипирамидальной формы. Исследуемая группа является аналогом некоторой физической системы, например, молекулы SF6. Выявленные свойства группы позволяют изучить многие свойства физической системы-аналога, например, характер колебаний молекул в кристаллической решетке.

Список литературы:

1. Павлюк Ин. И. Группы с конечными классами центрально сопряженных элементов // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. Душанбе. 2009 – Т. 52 – № 9

Порождённые подграфы графов

«Математика»

Кузьмин Егор Валерьевич, Лакишик Елена Анатольевна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: в школе

Цель работы: рассмотреть и исследовать различные виды графов на вопрос сравнения числа всех попарно неизоморфных порожденных подграфов и числа попарно неизоморфных связных порожденных подграфов. Определения и термины: O(G) - число всех попарно неизоморфных порожденных подграфов графа G, n(G) - попарно неизоморфных связных порожденных подграфов G.

При решении сформулированной задачи использовались методы комбинаторики, теории чисел, математической индукции и алгебры.

Рассмотрены различные виды графов. Получены формулы для нахождения числа всех попарно неизоморфных порожденных подграфов и числа попарно неизоморфных связных порожденных подграфов для полных графов, звезд, простых цепей, вершинно-непересекающихся полных графов. Доказано, что для любого графа и его дополнения числа всех их попарно неизоморфных порожденных подграфов равны, а числа их попарно неизоморфных связных порожденных подграфов не равны. Доказаны некоторые свойства различных видов графов.

Данная задача взята с девятнадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи. Эта работа будет полезна при решении многих задач по математике, в частности, в теории игр.

Список литературы:

1. Мельников О.И. Теория графов в занимательных задачах
2. Харари Ф., Теория графов
3. Журнал «Квант» №12, 1988
4. http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=Comby/int_numb_div.mod/?cou=Comby/base.cou
5. http://www.uni.bsu.by/arrangements/turnir/index.html

Универсальные числа и последовательности

«Математика»

Хомбак Андрей Александрович, Корлюкова Ирина Александровна (научный руководитель, кандидат физ.-мат. наук), место выполнения работы: Гродненский государственный университет имени Янки Купалы

В работе изучены свойства универсальных чисел и последовательностей, похожих универсальных чисел и почти универсальных последовательностей. Полученные свойства могут быть использованы в теории чисел. Общая формула универсального числа может найти применение при создании шифров. Универсальное число - минимальное натуральное число, из десятичной записи которого вычеркиванием цифр можно получить десятичную запись любого натурального числа, не превосходящего n. Последовательность натуральных чисел называется универсальной последовательностью для натурального n, если из нее можно получить вычеркиванием части членов любую перестановку чисел 1, 2, . . . , n. Три n-значных похожих натуральных числа называются похожими универсальными числами, если сумма двух из них равна третьему. Последовательность натуральных чисел называется почти универсальной последовательностью, если, начав с любого заданного натурального числа x, можно по введенным правилам получить последовательность, содержащую любое другое натуральное число y. Задачи исследования: найти общий алгоритм построения универсальных чисел; найти минимальное количество членов универсальной последовательности; изучить свойства похожих универсальных чисел; привести собственный пример почти универсальной последовательности.

При нахождении алгоритмов построения универсального числа и похожих универсальных чисел использовались анализ и синтез. При доказательстве утверждений используется метод математической индукции и полный перебор. Программа построения кодов написана на языке программирования Pascal ABC.

Получен алгоритм построения универсального числа для произвольного натурального n; найдено количество членов в самой короткой универсальной последовательности; введено понятие и предложен алгоритм построения n-значных похожих универсальных чисел для n>5; введено определение почти универсальных последовательностей и предложен авторский пример (с доказательством); написана программа на языке программирования Pascal, которую можно использовать для создания длинных кодов, используя короткий (4-6 символов) код пользователя.

Полученные результаты могут быть использованы в теории чисел, теории кодирования для построения новых чисел и последовательностей по заданному натуральному числу. В дальнейшем возможно изучение свойств универсальных чисел и последовательность в p-ичной системе счисления. Разработанный алгоритм построения универсального числа можно использовать для создания длинных кодов, используя короткий (4-6 символов) код пользователя.

Список литературы:

1. Квант (1976, С. 23-25).
2. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993-2009 М.,2010
3. http://mf.grsu.by/NauchRab/a_z/k2015/#
4. http://www.problems.ru/view_problem_details_new.php?id=98602
5. Научные стремления-2017 С. 245-249

Математическая модель устойчивого развития туризма в Сысертском районе, Свердловской области.

«Математика»

Стуков Никита Николаевич, Токмакова Наталья Васильевна (научный руководитель, Заслуженный учитель России), место выполнения работы: Математический клуб Лицея №110

В большинстве регионов России развитие туризма, имеет деструктивный характер, так как планы развития туристической отрасли направлены на получение максимальной прибыли за короткий промежуток времени в ущерб долгосрочному развитию региона в целом. Если придерживаться концепции устойчивого развития туризма, то совокупное решение экономических, социальных и экологических вопросов невозможно без разработки математических моделей. Это обуславливает актуальность данного проекта и делает его практическое применение для решения прикладной задачи. Цель проекта: построить математическую модель устойчивого развития туризма в Сысертском районе, Свердловской области. Задача: изучить теорию и применить методы математического моделирования для решения конкретной прикладной задачи. Для лучшего понимания работы были уточнены базовые определения: Математическая модель - под математической моделью какого-либо объекта (системы) понимается любое записанное математическим языком описание, показывающее с необходимой точностью состояние объекта или системы в реальных условиях. Моделирование — это процесс создания или улучшения моделей.

Устойчивое развитие туризма на территории предполагает под собой устойчивость трех основных сфер: экономической, социальной и экологической. Взаимосвязь этих трех компонентов, позволяет говорить о системном подходе к развитию туристической отрасли на территории. Приняв утверждение за основу, в своем исследовании, построил математическую модель системы взаимозависимых функций. В процессе работы использован метод линейного программирования.

Модель, предложенная в проекте достаточно проста, не может в достаточной мере соответствовать объекту исследования. Моделирование подразумевает усовершенствование моделей и их доработку: от простого к сложному. Поэтому данную модель нужно рассматривать, как первоначальную и требующую дальнейшей проработки. Получены новые знания в математических дисциплинах, а так же экономики, экологии и природоведении. Предложена математическая модель устойчивого развития туризма в Сысертском районе, Свердловской области.

Предложена математическая модель устойчивого развития туризма в Сысертском районе, Свердловской области. Проект может быть полезен для успешного экономического развития удаленных регионов Свердловской области и не только.

Список литературы:

1. http://stratum.ac.ru/education/textbooks/modelir/lection01.html [04.11.2017]
2. https://cyberpedia.su/1x48d4.html [04.11.2017]
3. http://konf.x-pdf.ru/18fizika/269659-1-matematicheskoe-modelirovanie [15.11.2017]
4. http://poznayka.org/s92587t1.html [05.1

Обобщения теоремы Штейнера-Лемуса о признаках равнобедренности треугольника

«Математика»

Рабе Алексей Дмитриевич, Привалов Александр Андреевич (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: ГБОУ Школа имени Маршала В.И. Чуйкова

Данная работа является продолжением исследований, начатых Я. Штейнером, К. Лемусом и А. Ботемой о признаках равнобедренности треугольника. Требовалось выяснить, возможно ли обобщить теорему Штейнера-Лемуса, сформулированную как один из признаков равнобедренного треугольника: если в треугольнике две биссектрисы равны, то он является равнобедренным. Будет ли треугольник равнобедренным, если заменить равные биссектрисы на равные чевианы? Чевианой треугольника называют отрезок, соединяющий вершину с точкой, лежащей на противоположной стороне или ее продолжении. То есть, поставим следующую задачу: выяснить, из равенства каких чевиан треугольника будет вытекать равенство его сторон. В ходе проведённых исследований было доказано несколько признаков равнобедренности треугольника, вытекающих из равенства некоторых его чевиан. Указаны свойства коник, проходящих через основания чевиан треугольника. Выявлено, что геометрическое место точек пересечения пар равных чевиан есть объединение основания AB треугольника ABC и кубической кривой. Установлены некоторые свойства этой кривой. Приведено обобщение теоремы Штейнера-Лемуса. Сформулирована и доказана в частном случае гипотеза об обобщении теоремы Штейнера-Лемуса в трехмерном случае.

В работе используются алгебраические и геометрические способы доказательств теорем. Применяется метод центра масс. Уравнение кубической кривой получено из параметрических уравнений прямых. Использовались теоремы Стюарта и Карно.

Теорема 1. Если в треугольнике ABC существуют равные чевианы, пересекающиеся на биссектрисеили медиане, то такой треугольник равнобедренный. В формулировке следующей теоремы, будем считать все углы ориентированными. Тогда для угла BAC луч AA1 назовем k-трисой ($-\infty<k<\infty$), если BAA1= k*BAC. Теорема 2. Если равные чевианы AA1 и BB1 являются k-трисами треугольника ABC и $0<k\leq1$, то треугольник ABC равнобедренный. Теорема 3. ГМТ пересечения пар равных чевиан AA1 и BB1 треугольника ABC есть объединение отрезка AB и кубической крив

Уверен, что мои достижения смогут найти свое применение в различных областях науки через несколько десятков лет, так как нынешние технологии не позволяют раскрыть весь потенциал моей работы.

Список литературы:

1. Акопян А.В., Заславский А.А. Геометрические свойства кривых второго порядка
2. A. Zaslavsky. Geometry of Kiepert and Grinberg–Myakishev hyperbolas
3. D. Grinberg, A. Myakishev. A Generalization of the Kiepert Hyperbola

О некоторых свойствах геометрических кривых

«Математика»

Чурилин Александр Дмитриевич, Привалов Александр Андреевич (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: ГБОУ Школа имени Маршала В.И. Чуйкова

Исследование методов движения окружности в поисках новых кривых. Возникла данная идея после изучения разных видов циклоид. Нахождение новых кривых или новых свойств этих кривых помогает в решение некоторых задач, в том числе и не только математических. В частности одна из моих полученных кривых может быть использована для слежения за объектом движущимся по полуокружности(например: для слежения за космическим телом, или телом пересекающим холмистую поверхность). Для начала мы решаем первую задачу. Имеется отрезок(AB). По нему катиться окружность. Из точек A и B проведены касательные к окружности. Вывести уравнение траектории точки пересечения касательных. Мы ввели систему координат и описали движение точки. Вторая задача.Теперь вместо прямой мы берём полуокружность. Имеется полуокружность(AB). По ней катиться окружность. Из точек A и B проведены касательные к окружности. Вывести уравнение траектории точки пересечения касательных. Мы ввели систему координат и описали движение точки. Получилась некоторая геометрическая кривая.

При решении задач было использовано алгебраическое решение геометрических задач, с помощью векторной алгебры, тригонометрических уравнений и метода замены переменной. Так же мы вводили системы координат описывая движение точки, для получения кривых. Так же были использованы некоторые геометрические теоремы и замечания.

В ходе работы было замечено, что найденная в первой задаче траектория является кривой третьего порядка. По классификации Ньютона данная кривая относиться к кривым первой группы. Она имеет три асимптоты и три гиперболические ветви. Кривые этой группы носят название hyperbolae redandantes (раскинутые гиперболы). Мы нашли новый метод нахождения данной кривой. Во второй задаче была выведена новая кривая в данный момент не определённого порядка, которая и сможет нам помочь при решение некоторых не математических задач в жизни.

Найти порядок новой кривой. Так же изучить её свойства и попробовать классифицировать. Получить траекторию точки пересечения касательных проведенных из двух заданных точек A и B к окружности, которая катится по полуэллипсу (AB). Для получения новых кривых или для поиска новых методов нахождения старых кривых. Вторая кривая находит применение в астрономии и других задачах связанных со слежением за телами.

Список литературы:

1. Смогоржевский А.С.: Справочник по теории плоских кривых третьего порядка. - М.:
2. Госфизматлитиздат, 1961
3. Савелов А. А.: Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. Справочное руководство. - М.: Государственное издательство физ-мат литературы,

Приближение функций и их производных рациональными сплайнами

«Математика»

Кремко Денис Серегевич, Привалов Александр Андреевич (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: ГБОУ Школа имени Маршала В.И. Чуйкова

Данная работа посвящена интерполяционным рациональным сплайнам, а точнее, оценке точности их приближения каких-либо непрерывных функций, либо ж их производных. Понятие рационального сплайна появилось в математике не так давно, в конце 20 века, что дает большой простор для исследования такого рода сплайнов. В ходе исследования были доказаны ряд лемм и 2 основные теоремы, которые и объясняют точность соответствия функции и сплайна к ней. Также в работе приведены графические иллюстрации функций разных классов, их производных и сплайнов и их производных к ним соответственно.

Для док-ва теорем были использованы классические теоремы и понятия из математического анализа, а так же информация из литературы, связанной с понятием сплайн

Доказаны две теоремы о точности и скорости сходимости рационального сплайна определенного вида к интерполируемой функции и точности и скорости сходимости производной уже построенного сплайна к заданной функции к производной этой функции

Данное исследование может помочь в освоении рациональных сплайнов в тех областях, где востребован процесс приближения функций. В ближайшие планы входят уточнения оценок, обобщенная теорема для производных и исследование похожих рациональных сплайнов.

Список литературы:

1. Дж. Алберг, Э. Нилсон, Дж. Уолш, Теория сплайнов и ее приложения, Мир, М., 1972
2. Ю. Н. Субботин, «Вариации на тему сплайнов» ,МГУ, М., 1987
3. Ал. А. Привалов, «О сходимости кубических интерполяционных сплайнов к непрерывной функции», Матем. заметки,

Оптимизация работы автотранспорта по перевозке груза в ООО "Промстроймонтаж"

«Математика»

Максимов Михаил Сергеевич, Суркова Светлана Леонидовна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: дома

Цель работы: определить модель наиболее экономически выгодного для фирмы автомобиля, применяемого для перевозки груза, найти наиболее выгодный, с экономической точки зрения, маршрут для автомобиля, перевозящего картонную тару из магазинов на склад. Полученный при выполнении данной работы опыт поможет в решении более сложных транспортных задач, а полученный данные успешно используются компанией и приносят свои плоды. Использованные в работе термины: логистика, транспортная логистика, принципы транспортной логистики, "принцип убывания".

Методы выполнения работы: Исследовательский – изучение литературы и различных источников информации по данному вопросу, проведение исследования с полученными объектами Опытно – экспериментальный – выявление зависимостей, между факторами, влияющими на целесообразность использования автомобиля.

Выполненные расчеты показали, что используемый маршрут и автомобиль экономически не выгодны. Найденная модель автомобиля и разработанный для нее маршрут оказались более экономически выгодными, чем те, что использовались компанией. Удалось добиться постоянной ежемесячной экономии в размере 12 712 рублей, что составляет почти 77% от прежних расходов компании на тот же вид деятельности. Так же удалось добиться одноразовой разности за счет разности в стоимости автомобилей в размере 200 000 рублей.

Выполненные расчеты показали,что используемый маршрут и автомобиль экономически не выгодны.В планах так же привлечь к исследованиям рельеф местности,а так же загруженность дорог в тот или иной период времени, составление альтернативных путей в случае блокировки основного.А так же в планах использовать полученный опыт в работе с другими компаниями, в которых транспортные перевозки играют важную роль.

Список литературы:

1. Основы логистики и управление цепями поставок / Б. А. Аникин
2. Поиск оптимальных решений методами математического программирования В.И. Потапов

Почти пифагоровы тройки натуральных чисел и их геометрические интерпретации

«Математика»

Цыкин Даниил Юрьевич, Алякин Владимир Алексеевич (научный руководитель, Кандидат ф.-м. наук), место выполнения работы: В школе

Настоящая работа продолжает исследование диофантового уравнения |x^2+y^2-z^2|=1 (1), начатое в прошлом году (тройку чисел, удовлетворяющих данному ур-нию назовем почти пифагоровой (ППТ)). Результаты прошлогодней работы были отмечены на конференциях "Intel-Авангард", "Взлет", "XIV Королевские чтения" [1]. В ней было доказано, что всякая почти пифагорова тройка имеет простую геометрическую интерпретацию - так называемые почти пифагоровы треугольники. С помощью теории уравнений Пелля было доказано, что множество ППТ бесконечно. Были поставлены следующие открытые проблемы: найти общую формулу для всех решений уравнения (1); доказать, что множество ППТ, состоящих из простых чисел, бесконечно; существуют ли два смежных почти прямых угла; существуют ли так называемые почти пифагоровы тетраэдры и бесконечно ли их множество? Основным содержанием настоящей работы является либо полное, либо частичное решение поставленных проблем.

В данной работе на основе теории чисел (с помощью простых серий) более просто доказана бесконечность множества ППТ. Анализ известных результатов в случае пифагоровых троек привел к выявлению новых свойств ППТ.

- Сделан значительный шаг в решении проблемы 1: найдены бесконечные серии ППТ; - Вторая проблема представляется очень сложной, особенно ее усиление для простых чисел-близнецов. Однако, удалось доказать, что множество почти пифагоровых троек, в составе которых есть хотя бы одно простое число, бесконечно; - Проблемы 3,4 решены: доказано, что смежных почти прямых углов не существует; доказано, что существует бесконечно много почти пифагоровых тетраэдров. Написана программа для их вычисления.

В работе исследуются новые свойства диофантового уравнения 2-го порядка, даны его новые геометрические интерпретации. Применение вышеперечисленного можно найти в теории чисел, планиметрии, криптографии, теории кодирования, теории информации и т.д. Возможными путями развития задачи являются: обобщение на диофантовы уравнения более высоких степеней; решение очередных поставленных проблем путем применения новых методов.

Список литературы:

1. Алякин В.А., Цыкин Д.Ю., Почти пифагоровы тройки натуральных чисел. Сборник трудов международной научной конференции “XIV Королевские чтения”. – С.: изд-во СУ. Т.1 573с.
2. Болтянский В.Г., Пифагоровы тетраэдры. Квант, - М.: изд-во “Наука”, 1986 N8

"Об аналоге задачи Ферма-Торричелли-Штейнера для конического аналога расстояния на плоскости"

«Математика»

Менюк Дмитрий Сергеевич, Стонякин Федор Сергеевич (научный руководитель, Кандидат наук), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК "Малая Академия Наук "Искатель"

В разных прикладных задачах приходится сталкиваться со многими аналогами функции расстояния между точками (рассматриваемыми объектами). Наша работа посвящена специальному коническому аналогу расстояния между точками на плоскости. Это расстояние вводится с помощью фиксированного конуса, ограниченного двумя лучами, образующими острый угол. В разных прикладных задачах приходится сталкиваться со многими аналогами функции расстояния между точками (рассматриваемыми объектами). Наша работа посвящена специальному коническому аналогу расстояния между точками на плоскости. Это расстояние вводится с помощью фиксированного конуса, ограниченного двумя лучами, образующими острый угол

Для конического расстояния мы рассматривали задачу о нахождении оптимальной сети связей точки О (начала координат) с некоторыми пунктами

В зависимости от параметров описан вид допустимого множества задачи (множества точек с конечной целевой функцией): оно может иметь вид параллелограмма, трапеции или треугольника). Доказано, что точки локального или глобального минимума задачи могут быть только лишь в вершине допустимого множества. При некоторых значениях параметров чётко указана точка глобального минимума и доказана её независимость от выбора угла вращения конуса с вершиной в О.

Дальнейшие пути развития предполагают увеличение числа точек,исследование других экстремальных задач в треугольнике для конического аналога расстояния,рассмотреть аналог Например,

Список литературы:

1. Г.Е. Иванов «Слабая выпуклость множеств и функций в банаховом пространстве»
2. L.M. García Raffi ∗, E.A. Sánchez Pérez «Асимметричные нормы и оптимальные точки расстояния в линейных пространствах»

Соотношение между сторонами треугольника

«Математика»

Мельников Максим Николаевич, Мурашко Вячеслав Игоревич (научный руководитель, Магистрант университета), место выполнения работы: В школе и дома

Хорошо известны следующие задачи по тригонометрии: 1)По соотношению между сторонами треугольника найти соотношение между углами 2) По соотношению между углами треугольника найти соотношение между сторонами Однако минусом тригонометрических методов является то, что мы связываем стороны не с углами, а с функциями от них (синус и косинус). Хорошо известно, что из sina=sinb не следует тот факт, что a=b. Т.е. тригонометрия связывает соотношения между сторонами не через соотношения между углами, а с соотношением функций от них. Целью же данной работы является: получить необходимые и достаточные условия, зависящие от сторон треугольника, при которых его углы связаны соотношением a=q1b+q2y, q1,q2∈Q.

В данной работе используются различные тригонометрические, геометрические и алгебраические методы

В ходе работы было получено: 1)Алгоритм нахождения необходимых и достаточных условий на стороны треугольника, при выполнении которых отношение двух углов которого есть заданное рациональное число. 2)Получены необходимые условия на стороны соотношением a=q1b+q2y, q1,q2∈Q. В работе использовались тригонометрические, геометрические и алгебраические методы.

Результаты данной работы можно использовать при решении различных геометрических задач при необходимости найти соотношение между сторонами по заданному соотношению между углами в треугольнике и наоборот, при данном соотношению между сторонами найти соотношение между углами

Список литературы:

1. Математическое просвещение. – 1961 г. – №6 – С. 260-262
2. Я. Я. Выготский. Справочник по элементарной математике. – С. 367

Игры со стульями

«Математика»

Бако Антон Александрович, Симоненко Дмитрий Николаевич (научный руководитель, старший преподаватель), место выполнения работы: в школе

На Белорусском XIX Республиканском турнире юных математиков предлагалась к рассмотрению задача «Игра со стульями». По условию задачи в ряд стоят n стульев, на каждом из которых сидит по ребёнку. В некоторый момент каждый из них пересел на стул, находящийся через m, либо через k от него (в обоих случаях в любом направлении). При этом, никакие два ребёнка не поменялись местами друг с другом и свободных стульев не осталось. Естественно, при этом предполагается, что выполнены неравенства $n-1 > k > m >= 0$ (где $m = 0$ означает, что можно пересаживаться на соседний стул). Тройку (n; m; k) называют возможной, если для неё могла произойти описанная выше игра. Игра называется длинной, если, повторяя те же самые пересаживания несколько раз, окажется, что каждый ребёнок побывал на каждом месте хотя бы по одному разу. В задаче предлагалось исследовать, какие тройки (n; m; k) являются возможными, и для каких возможных троек (n; m; k) существуют длинные игры.

Перебор, доказательство от противного, сравнение по модулю. То что тройка возможна, доказывается построением примера. А то, что невозможна методом от противного.

T1. Тройки (n; m; k), для которых $n < m + k + 2$, являются невозможными. T3. Тройки (n; m; k), для которых $n = s(m + k + 2)$, являются возможными для любых целых чисел $k > m >= 0$ и натурального числа s. T4. Тройки (n; m; k), для которых $m = 0$ и $n = 2k + 2$, являются возможными. T5. Тройки (n; m; k), для которых $m = 0$ и $n = k + 3$, являются невозможными. T6. Тройки (n; m; k), для которых $m = 0$ и $n = k + 4$, являются возможными. T7. Возможными являются четверки (n; m; k; l), где $m = 0$, $k = 1$, $n > l + 1$.

Фактически стулья расставляются в вершинах графа и движение между стульями идет по ребрам этого графа. В первой части задачи в качестве графа выступает простая цепь. Также рассмотрена задача на циклах. Но существует множество видов графов, на которых можно рассматривать данную задачу, в частности интересные моменты возникают на деревьях, на двудольных графах.

Список литературы:

1. http://uni.bsu.by/arrangements/turnir/rtum19_2017/zadan_rtum19.doc - Задание Белорусского XIX Республик турнира юных математиков

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО–ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2018

Санкт-Петербург, 5 - 8 февраля 2018

Арифметические функции

«Математика»

Гуринович Даниил Сергеевич, Симоненко Дмитрий Николаевич (научный руководитель, старший преподаватель),
место выполнения работы: в лицее

Через ai(n) обозначается сумма i-x степеней всех делителей числа n. Через bi(n) обозначается количество упорядоченных наборов, каждый из которых состоит из i целых неотрицательных чисел k1,k2,...,ki, меньших n и таких, что НОД(k1,k2,...,ki,n)=1. Эти функции являются обобщением известных арифметических функций: число делителей натурального числа, функция Эйлера. Находится формула для их вычисления, доказывается их мультипликативность. Исследуются и некоторые другие их свойства. Также рассматривается функция R(n), равная количеству всех остатков точного квадрата при делении на n. Доказывается ее мультипликативность.

Используется метод математической индукции, формула включения-исключения, теоремы Безу и Виета. Многие результаты доказываются при помощи мольтипликативности функций. Сначала доказывается для степени простого числа, а затем, используя мультипликативность, результат переносится на произвольные числа.

Доказана мультипликативность функций ai,bi,R, а также функций h, получаемых из них. Найдена явная формула для вычисления ai(n) и bi(n). Доказан критерий простоты числа в указанных терминах.

Полностью решена поставленная задача, кроме того, рассмотрена функция R(n) и доказана ее мультипликативность. Как дальнейшее развитие этой работы, можно рассмотреть другие арифметические функции.

Список литературы:

1. http://uni.bsu.by/arrangements/turnir/rtum19_2017/zadan_rtum19.doc Задания Белорусского XIX Республика
   турнира юных математиков

Об одном неравенстве

«Математика»

Шиманская Маргарита Борисовна, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, преподаватель), место выполнения работы: в школе

Основная цель данной работы обобщить классическое неравенство Шураa(a-b)(a-c)+b(b-a)(b-c)+c(c-a)(c-b).Неравенство Шура можно переписать в следующей формеa^3+b^3+c^3+3abc\ge a^2b+a^2c+b^2a+b^2c+c^2a+c^2b.Пусть тогда последнее неравенство допускает следующее обобщение, что выражает неравенство между позиномами. Данные неравенства имеют приложения в геометрическом программировании.

При исследовании использовалось различные методы доказательства неравенств.

В работе были найдены все функции f для которых неравенство f(a)g(a-b)g(a-c)+f(b)g(b-c)g(b-a)+f(c)g(c-a)g(c-b) верно для всех положительных a, b и c при некоторых фиксированных функциях g.

В дальнейшем планируется доказательство поиск функций удовлетворяющих неравенству f(a,b,c)g(a-b)g(a-c)+f(b,c,a)g(b-c)g(b-a)+f(c,a,b)g(c-a)g(c-b)

Список литературы:

1. M. Radulescu, S. Radulescu, P. Alexandrescu, On Schur inequality and Schur functions, Annals of University of Craiova, Math. Comp. Sci. Ser. Volume 32, 2005, Pages 214-220.

Об одном свойстве логарифма

«Математика»

Киселева Дарья Алексеевна, Козлов Александр Александрович (научный руководитель, кандидат физико-математических), место выполнения работы: в школе

В данной исследовательской работе нами были заданы, исходя из свойства логарифма, операции. Основной задачей исследования являлось изучение свойств заданных нами операций, а также решение различного рода уравнений, в основе которых лежат эти операции.

Для решения поставленной задачи были использованы следующие методы: методы арифметики множества действительных чисел (методы логарифмирования и потенцирования выражений), метод математической индукции, а также методы теории пределов.

В данной исследовательской работе нами на определенном множестве были заданы операции $*$ и $\circ$ и изучены их свойства. Также определены линейные, «квадратные» уравнения относительно введенных операций и получены решения таких уравнений. Кроме того, получено одно предельное свойство операции $*$ и исследован отдельный тип степенных уравнений относительно этой операции.

В дальнейшем планируется исследование решений неравенств, а также систем уравнений во множестве

Список литературы:

1. Барвенов, С.А. Математика. Тренинг решения задач, используемых на централизованном тестировании. // Барвенов С.А., Бахтина Т.П.
2. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов. — Том 1-5 — М.: «Советская Энциклопедия». — 1977

Цепные дроби и рекуррентные соотношения

«Математика»

Егоров Дмитрий Сергеевич, Лейнартас Евгений Константинович (научный руководитель, д-р физ.-мат. наук, профессор), место выполнения работы: Сибирский Федеральный университет

Данная работа посвящена некоторым вопросам из теории цепных дробей. В работах Л. Эйлера, где он последовательно развивал теорию цепных (непрерывных) дробей, отмечается, что они могут применяться в различных разделах математики (например, в теории чисел), в криптоанализе и др. Цель научной работы: найти способ вычисления подходящих дробей с использованием рекуррентных соотношений для двойных последовательностей.

В работе применялись следующие методы исследования: методы теории цепных дробей, метод сравнительно-сопоставительного анализа, компьютерный эксперимент (программирование на языке Python 3).

Описан новый подход к исследованию цепных дробей, основанный на теории многомерных разностных уравнений. В работе найдены коэффициенты и начальные данные для основного рекуррентного уравнения комбинаторного анализа, которые позволяют в качестве решений получить числители и знаменатели подходящих дробей. Используя созданную компьютерную программу, проведен сравнительно-сопоставительный анализ формул, а именно несколько первых подходящих дробей вычислены предложенным и стандартным способами. Результаты одинаковы.

В работе показано, что рекуррентные уравнения подходящих дробей тесно связаны с основным рекуррентным уравнением комбинаторного перечислительного анализа. Рассмотрена атака методом цепных дробей как важное приложение для подходящих дробей. В дальнейшем, важно изучить вопрос единственности решения задачи Коши для многомерных разностных уравнений и подходящих дробей.

Список литературы:

1. Жданов, О. Н. Задачник-практикум по криптографическим методам защиты информации: учеб. пособие / О. Н. Жданов, Ю. Ю. Ушаков. - Москва : НОУ "ИНТУИТ", 2016
2. Лейнартас Е. К. Многомерные разностные уравнения. – 2010
3. Хинчин А. Я. Цепные дроби. – 1978

О произведении некоторых строго монотонных функций

«Математика»

Логачёва Анастасия Борисовна, Мурашко Вячеслав Игоревич (научный руководитель, магистрант ГГУ им. Ф. Скорины), место выполнения работы: в школе

Хорошо известно, что произведение двух непрерывных (дифференцируемых, дважды дифференцируемых, бесконечно дифференцируемых, целых) функций является непрерывным (дифференцируемым, дважды дифференцируемым, бесконечно дифференцируемым, целым). Тем не менее классы строго возрастающих (монотонных, выпуклых) функций этим свойством не обладают. Целью данной работы является решение следующих задач: определение свойств произведения двух (нескольких) строго монотонных (выпуклых) функций; если дана функция, принадлежащая некоторому классу (например, непрерывная), определение при каких условиях её можно представить в двух строго монотонных (выпуклых) функций, принадлежащих этому классу.

В ходе решения работы были использованы некоторые методы математического анализа, а именно: дифференцирование функции, предельный переход и др.

В задаче представлены некоторые функции в виде произведения двух строго возрастающих функций. Степенная (с натуральным показателем) функция и тригонометрический многочлен разложены в произведение двух целых функций. Исследована возможность представления непрерывной функции в виде произведение двух строго возрастающих разрывных функций. Таким образом, в значительной степени решена задача представления функции в виде произведения двух строго возрастающих (монотонных) функций.

В работе получены существенные результаты по разложению непрерывно дифференцируемых функций. В дальнейшем планируется исследовать функции, представимые в виде произведения двух выпуклых (вогнутых) функций, а также разложение многочлена, имеющего более двух нулей, на две строго возрастающих функции.

Список литературы:

1. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: Учеб. для студентов университетов и вузов. В 3 т. Т.1 2-е изд. перераб. и доп. / Л.Д. Кудрявцев – М. Высш. шк., 1988 – 712 с.: ил.

Множество кругов без трёх в линию

«Математика»

Ковалевский Денис Андреевич, Змейков Давид Юрьевич (научный руководитель, Преподаватель Юни-центра БГУ), место выполнения работы: Дома

Имеется n кругов единичного радиуса. Их разместили в круге радиуса R, так чтобы никакая прямая не пересекала более двух кругов единичного радиуса. Каково минимальное значение R?Вариация. Имеется n правильных k-угольников со стороной один. Их разместили в правильном k-угольнике со стороной S так, чтобы соответствующие стороны всех многоугольников были параллельны и никакая прямая, параллельная сторонам k-угольника, не пересекала более двух k-угольников со стороной один. Каково минимальное значение S? Расстановку фигур в круге мы будем называть бинарной,если ни одна прямая не пересекает трёх кругов. Расстановку фигур в правильном многоугольнике мы будем называть бинарной, если ни одна прямая, параллельная сторонам многоугольника, не пересекает трёх фигур. R(n) — радиус наименьшего круга, внутри которого существует бинарная расстановка n открытых единичных кругов; S(k,n) — сторона наименьшего правильного k-угольника, внутри которого существует бинарная расстановка n открытых правильных единичных k-угольников.

Для решения данной задачи мы пользовались задачей Хейлбронна. Из програмного обеспечения нами была использована геогебра.

Нами были получены оценки сверху и снизу. Также мы построили бинарные расстановки в круге, которые, правда, дают более грубые оценки. Исследуя вариацию задачи, мы нашли максимальную бинарную расстановка n единичных квадратов в квадрате со стороной $s \geq 1$. При этом мы показали, что S(4,n) будет потолком n/2.

В дальнейшем мы планируем продолжить исследование вариации данной задачи для правильных многоугольников, а также рассмотреть вариант задачи, при котором на одной прямой могут находится максимум не 2, а , например, 3 или 4 окружности (многоугольника)

Список литературы:

1. Janos Komlos A lower bound for Heilbronn's problem 1982
2. Komlos, J.On Heilbronn's triangle problem 1981
3. Richard K. Guy Unsolved problems in number theory 2004
4. Hallard T. Croft, Kenneth J. Falconer, Richard K. Guy. Unsolved Problems in Geometry

Исследование орбит вращений кубика Рубика

«Математика»

Филатов Егор Борисович, Решетников Иван Андреевич (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: В школе

Гипотеза: Любая комбинация имеет конечный порядок. Порядок комбинации – кол-во повторений, которое нужно сделать для того, чтобы кубик Рубика пришел в исходное состояние. Доказать гипотезу.

С помощью PascalABC, мы сделали программу. Пользователю выводится развертка собранного кубика Рубика. Ему предлагается ввести комбинацию, которая будет симулироваться программой и поэтапно показываться пользователю. Программа завершает работу после вывода собранной развертки кубика Рубика и вывода количества повторений, которое надо сделать для повторной сборки кубика Рубика на экран.

Результат: У нас готова программа, которая графически проверяет комбинацию и порядок комбинации. Программа генерирует случайные последовательности длины от 4 до 20 и проверяет количество, которое требуется для того, чтобы кубик Рубика снова пришел в исходное состояние.

Реализовать программу для всех видов кубиков Рубиков. Найти зависимость максимального порядка от размера кубика Рубика.

Список литературы:

1. https://www.mccme.ru/circles/oim/materials/sturm.pdf

Комбинаторика циркулярных кодов

«Математика»

Сердюков Александр Николаевич, Смоленский Андрей Вадимович (научный руководитель, к.ф.-м.н., ассистент СПБГУ), место выполнения работы: в школе

Процесс перевода нуклеиновой цепочки в белок называется трансляцией и выполняется рибосомой. Удивительно, но в процессе обработки длинной цепи рибосома не сдвигается на одну-две буквы (любой сдвиг полностью нарушал бы построенный белок). На данный момент точный механизм защиты от сдвига неизвестен. Однако, существует несколько гипотез. Одна из них связана с тем, что самые частые тройки аминокислот образуют циркулярный код. Более того, когда анализ последовательностей нуклеотидов в генах стал возможен, оказалось, что у разных групп организмов эти циркулярные коды могут незначительно отличаться (максимум на 1 пару комплементарных "троек"). Циркулярный код - это код, любое слово, составленное из элементов которого и записанное по кругу может быть восстановлено лишь единственным способом. Теоретически, это свойство способно помочь рибосоме за конечное число чтений определить, не потеряла ли она порядок "букв" в тройках. Однако, определение лишь позволяет проверить, является ли данное множество циркулярным кодом, но не объясняет, как они устроены. Есть важные задачи, в которых требуется знать устройство вариативных максимальных самокомплементарных C3 циркулярных кодов конкретной длины. Изучению и описанию их свойств посвящена данная работа.

В силу "неконструктивности" определения циркулярных кодов работа с ними осложняется сложностью их получения. Однако, интересные с прикладной точки зрения циркулярные коды уже были получены ранее. Было выбрано представление в виде графа. Но классических методы работы с графами было недостаточно. Поэтому, экспериментальная часть работы была связана с написанием собственной программы для исследования графа циркулярных кодов (и графа орбит).

Удалось доказать, что группа D4 является подгруппой внутренних автоморфизмов графа циркулярных кодов, было дано объяснение найденным регулярностям в этои графе. Была исследована структура графа, оказалось, что довольно значимыми его структурными элементами являются орбиты D4. Был найден инвариант, позволяющий определять конкретную орбиту по степеням соседних вершин, однако он оказался слабее, чем это необходимо для описания построения графа из простых структурных элементов (из 27 орбит он однозначно определяет только 20).

На данный момент найдены и проверены специальные свойства регулярности графов. Части из них дана интерпретация на уровне графов, другим - на уровне действия группы и на уровне циркулярных кодов. В дальнейшем, после более детального анализа графа орбит и поиска более сильного инварианта, будет возможно алгоритмически описать построение графа циркулярных кодов, сначала - из структурных единиц (орбит), а затем хотя бы по одному циркулярному коду.

Список литературы:

1. Arquès, Michel - "A complementary circular code in the protein coding genes"
2. Fimmel, Gonzalez - "Circular codes, symmetries and transformations"
3. Michel, Pirillo- "A relation between trinucleotide comma-free codes and trinucleotide circular codes"

Разрезание фигур

«Математика»

Губич Кирилл Олегович, Рыбакова Татьяна Леонидовна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: Государственное учреждение образования "Вилейская гимназия № 2"

Весь современный мир основан на геометрии. В каждой науке ей находят свое применение. Но чаще всего применяются какие-то конкретные фигуры. Будет полезно уметь из любой геометрической фигуры, получать именно ту, которая нужна в данной ситуации. Я решил остановиться именно на равнобедренном треугольнике и трапеции, так как именно они имеют широкое практическое применение. Разрезание фигур на равнобедренные треугольники и трапеции может помочь как в решении простых задач, интересных головоломок, так и в сложнейших вопросах современной науки.Объектом исследования являются различные геометрические фигуры, предметом исследования – равнобедренные треугольники и трапеции.Выдвинута гипотеза: любую геометрическую фигуру можно разбить на определенное количество равнобедренных треугольников или трапеций. Цель исследования: разработка способа разрезания геометрических фигур на равнобедренные треугольники и трапеции. Задачи исследования: 1. изучить различные геометрические фигуры; 2. исследовать задачу о разрезании фигур; 3. рассмотреть возможности практического применения разрезания геометрических фигур.

Методы исследования: сравнение, анализ. В ГЛАВЕ 1 НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ разместили нужные нам теоретические положения. В ГЛАВЕ 2 произвели исследование задачи о разрезании фигур.

Квадрат разрезается на 2 равнобедренных треугольника. Прямоугольник можно разрезать на 4 равнобедренных треугольника. В результате разрезания остроугольного треугольника получим 3 равнобедренных треугольника. Прямоугольный треугольник можно разбить на 2 равнобедренных треугольника. Тупоугольный треугольник разбиваем на 4 равнобедренных треугольника.Все рассмотренные нами фигуры удалось разрезать на равнобедренные треугольники.

Рассмотрим случаи с правильными n-угольниками. Число, на которое можно разрезать их, зависит от n. Если n четное число, то n-угольник можно разрезать на n-2 равнобедренных треугольников (n $>$ 5). Исходя из этого исследования, можно сделать выводы о наименьшем числе равнобедренных треугольников в фигурах, наименьшем числе трапеций в фигурах.В ГЛАВЕ 3 рассматривается практическое применение задачи «Разрезание фигур».

Список литературы:

1. Геодезический_купол / https://ru.wikipedia.org/wiki/
2. Кравченко М. Решение типичных задач начертательной геометрии. Минск, 2008
3. Равнобедренный треугольник / https://ru.wikipedia.org/wiki
4. Турнир юных математиков 2016 / moiro.by/index.php

Симметричные графики

«Математика»

Василькова Вероника Александровна, Протуро Анна Павловна, Мурашко Вячеслав Игоревич (научный руководитель, магистрант ГГУ им. Ф. Скорины), место выполнения работы: в школе

В работе исследуется функции, графики которых а) имеют несколько осей симметрий б) имеют несколько центров симметрий в) инвариантны, относительно поворота вокруг начала координат.

использовались геометрические методы

В работе установлено, что не существует графика функции, имеющего две неперпендикулярные и не параллельные оси симметрии. Показано, что если функция имеет две параллельные оси симметрии (два центра симметрии), то она имеет их бесконечно много. Более того, если эти оси вертикальны (центры симметрии лежат на горизонтальной оси), то функция периодическая.

В качестве дальнейшего исследования будет рассмотрене ситуация, когда график функции имеет и ось симметрии и центр симметрии.

Список литературы:

1. Л. Штейнгарц, Джоконда как график функции, Квант №3, 2012 с. 42–44.

Порядки и их инварианты

«Математика»

Мамедов Гейдар Аладдинович, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, Студент Математико–Механическ), место выполнения работы: В школе

Основными определениями являются: частично и линейно упорядоченные множества, натуральный и лексикографический порядки и некоторые общеизвестные инварианты на упорядоченных множествах. С конструкциями натурального и лексикографического порядка связан вопрос: для любых ли комбинаций данных порядков можно будет с уверенностью сказать изоморфны множества или нет? В данной работе мы приводим методы, позволяющие приблизиться к решению этой задачи.

Нашими основными методами были пополнение порядка, порядок на декартовом произведении и сократимость в моноиде порядков

Нами были описаны интересные достаточные условия сократимости справа, предоставлен алгоритм вычисления инварианта порядка под названием "пространство отверстий", а также приведено большое число примеров порядков, уточняющих соответствующие результаты

Наши результаты позволяют продвинуться в задаче проблемы изоморфизма для теории порядков

Список литературы:

1. H.M. MacNeille Trazls. Amer. Math. Soc. 42, 416–460 (1937).
2. Mac Lane, S. (1971) Categories for the Working Mathematician, Springer: Berlin Heidelberg New York, 2nd ed. 1998

Сравнение многогранников Коннелли и Штеффена

«Математика»

Сурков Вячеслав Николаевич, Сурков Вячеслав Николаевич (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: дома

Цель работы: проверить, можно ли выявить простейшие свойства, по которым можно сравнить многогранники Коннелли и Штеффена, найти способы конструирования новых вариантов изгибаемых многогранников, используя модели изгибаемых многогранников.

Теоретический анализ обобщения научной литературы и материалов сети интернет. Моделирование (в том числе 3D). Эксперимент. Опыт. Сравнение свойств.

– систематизированы в хронологическом порядке основные этапы истории изгибаемых многогранников; – исследованы свойства моделей, при этом выявлены свойства, не указанные в литературе по данному вопросу – выведены формулы и вычислены площади поверхности обоих многогранников; – выполнены модели изгибаемых многогранников; – предложены способы конструирования новых изгибаемых многогранников, на базе многогранников Коннелли и Штеффена;

Предложены способы конструирования новых многогранников на основе уже существующих. Предложены три способа практического применения изгибаемых многогранников.

Список литературы:

1. Максимов И. Г., Неизгибаемые многогранники с малым количеством вершин
2. И. Х. Сабитов, Объём многогранника как функция его метрики

Программа для расчета траектории

«Математика»

Мосичкин Дмитрий Николаевич, Новокрещенов Денис Станиславович (научный руководитель, Преподователь ОДОД), место выполнения работы: дома

При создании ракет, снарядов и выполнении исследовательских работ по физике нередко возникает необходимость делать расчеты, касающиеся полета тела. Порой самостоятельно это сделать нелегко и существует большая вероятность допустить ошибку в вычислениях. В интернете много исследований на эту тему, но большинство из них направлены на теоретический вывод формулы. Поэтому мне пришла в голову идея написать программу, позволяющую быстро делать вычисления и строить графики, используя дифференциальные уравнения и учитывая такие параметры, как начальные кинематические характеристики и условия среды полета.

Сайт был написан с помощью HTML, CSS & JS. Для построения графиков была использована библиотека Google Charts (https://developers.google.com/chart). А для дизайна использовались принципы Material Design, разработанные в Google. Для учета условий среды были использованы дифференциальные уравнения.

Были реализованы построения графиков в свободном полете, с реактивной тягой, а также учитывая условия среды. Было сделано большинство из первоначально поставленных целей, однако на данный момент поддерживается лишь один тип ракетных двигателей.

В дальнейшем необходимо учитывать ветер (его скорость и направление), форму ракеты или снаряда. Добавить вычисления в трех измерениях. Расчеты могут применять инженеры при создании своих девайсов.

Список литературы:

1. https://material.io
2. http://handguns.g00net.org/ballistic/glava42.htm
3. Аэродинамика в природе и технике, Казнаевский В.П.

О количестве неизоморфных подграфов

«Математика»

Народецкий Андрей Дмитриевич, Голубицкая Арина Олеговна, Хазалия Лиана Бадриевна (научный руководитель, Преподаватель ЮНИ-центра), место выполнения работы: Лицей БГУ

В работе исследуется функция от графа, значением которой является количество неизоморфных подграфов. Исследование проводится по следующим параметрам: 1) Подсчет точных значений функции для определенных серий графов (в частности: простые цепи, объединение нескольких полных графов одинаковой мощности). 2) Оценки значений функции для графа фиксированного порядка (наибольший интерес представляет верхняя оценка). 3) Разница между полученной нами верхней оценкой и достаточно очевидной верхней оценкой, найденной нами в источниках. 4) Обобщение задачи на мультиграфы. Исследование области принимаемых значений. Также рассматривается количество неизоморфных реберно порожденных деревьев в графе. Приводятся некоторые зависимости от мощности графа и количества ребер в нем.

Работа была выполнена самостоятельно, без использования каких-либо заимствованных утверждений. Применялись классические комбинаторные методы (рассмотрение матрицы инцидентом и графа, подсчет в две стороны, метод шаров и перегородок, и т.д.), некоторые алгоритмические методы доказательства, аналитические методы.

1) Подсчитано точное значение функции для простых цепей и объединения полных графов. 2) Приведена верхняя оценка значения функции для графа фиксированного порядка. Показано, что это оценка значительно лучше оценки, найденной в источниках(ассимптотика разности оценок) 3) Ограничена область принимаемых значений функции для мультиграфов. Показано, что функцией примается значительное количество значений из этого множества. 4) Оценено количество реберно порожденных деревьев.

В работе было приведено достаточно обширное исследование, однако тему нельзя считать исчерпанной. Оценки можно заменить точными значениями, либо привести более точные (вероятно, это можно сделать улучшив наш метод), посчитать значение функции для некоторых прочих бесконечных серий графов, или привести эффективные алгоритмы подсчета. Как и многие исследования в области теории графов, наши результаты могут найти применение в программировании.

Список литературы:

1. Условие задачи 9 РТЮМ-2017
2. http://uni.bsu.by/arrangements/turnir/index.html

Компактная разностная схема на треугольной сетке. Нахождения тока и температуры в кабеле треугольного сечения.

«Математика»

Шадрин Дмитрий Андреевич, Гордин Владимир Александрович (научный руководитель, Профессор), место выполнения работы: дома

Рассчитывается плотность ток в кабеле треугольного сечения при учете влияния скин-эффекта. После расчета плотности тока может быть получено распределение температуры в кабеле. Особый интерес представляет случай малых углов, т.к. в них возможны перегревы. Исследование может быть полезным при изучении нагрева в кабелях, умеющих острые выступы (заусенцы).

Для решения уравнения Гельмгольца, описывающего скин-эффект, использовалась компактная разностная схема 4-го порядка, обеспечивающая более высокую точность решения, нежели классическая схема второго порядка, при том же количестве арифметических операций. Так как кабель состоит из двух сред: проводника и диэлектрика, то в зоне их стыковке был учтены стыковочные условия. Среда программирования - MatLab.

Получена компактная схема для расчета плотности тока в кабеле, схема имеет 4-ый порядок, что дает высокую точность в решении. Удалось аппроксимировать стыковочные условия на границе сред, особенно в углах проводника.

В дальнейшем можно будет сделать расчеты для острых улов в на поверхности проводников произвольного сечения.

Список литературы:

1. Гордин В.А., Цымбалов Е.А. Компактная разностная схема для дифференциального уравнения с кусочно-постоянным коэффициентом.
2. Бабич В.М., Скин-эффект в случае провода произвольного поперечного сечения.