Балтийский научно-инженерный конкурс

30 января – 2 февраля 2017 года

Секция: Математика

Приближенные методы решения кубических уравнений и их сравнение

Климюк Игорь Олегович (Новосибирская область, Новосибирск, МАОУ Гимназия №11 “Гармония”, 9 класс)

Руководитель: Тропина Наталья Валерьяновна, к.п.н., доцент кафедры алгебры и математического анализа НГПУ

При решении практических задач возникает необходимость решения кубических уравнений. Существуют точные методы их решения (формулы Кардано). Однако часто в силу иррациональности корней приходится находить их приближенные значения. Возникает необходимость в применении приближенных методов решения кубических уравнений, которые позволяют находить приближенные значения корней, при этом удобны для компьютерной реализации.

Целью работы является изучение таких приближенных методов решения кубических уравнений, как: метод половинного деления; метод Горнера и метод Лобачевского.

Сначала подробно исследовались математические обоснования алгоритмов, на которых основан каждый из методов; далее по изученным алгоритмам были составлены программы на языке C++ для решения кубического уравнения. На завершающей стадии работы было проведено сравнение вышеперечисленных методов по ряду признаков. Выяснилось, что для решения кубических уравнений лучше применять метод Лобачевского.

Данную тему можно продолжить, исследовав эффективность вышеперечисленных методов при решении уравнений n-ой степени, где $n > 3$. Таким образом, тема станет более актуальной, так как с увеличением степени уравнения становится все сложнее решить его с помощью точных методов.

ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕОРИИ РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ

Кодуа Илья Лашаевич, город Санкт-Петербург, ГБОУ гимназия № 171, 11 класс
Харенко Елена Анатольевна, учитель математики, ГБОУ гимназия № 171, 11 класс

Постановка задачи.

Найти новые методы для разложения функций и констант в ряды.

Данная работа открывает новые пути для исследований в математическом анализе, разложение в ряды различных функций и констант.

Методы, использованные мной.

Интегрирование по частям, ряд Тейлора. А также методы, предлагаемые мной, для разложения в числовые ряды и произведения.

Основные результаты.

Мне удалось придумать разложение интегралов от дифференцируемых функций с указанным свойством $\lim_{n\to\infty}\int f^{(n)}dg^{(-n)} = 0$;

вывести преобразование ряда в произведение, и с помощью этого разложить в ряд число пи;

с помощью ряда Тейлора для натурального логарифма разложить в ряд некоторые константы и функции.

Заключение и возможные пути развития задачи.

Данные результаты можно использовать для вычисления интегралов, а также они могут помочь другим математикам для исследований в области математического анализа.

Имеются возможные пути развития данных работ при дальнейшем исследовании. Возможно применение в физике для разложения некоторых интегралов в механике, а также других областях связанных с дифференциальными уравнениями.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЗАДАЧИ НА ПЕРИОДИЧНОСТЬ И МАТРИЦЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ковалёва А.П. (Южный ФО, Республика Крым, г. Симферополь, МБОУ Школа-лицей №3)

Руководитель: Третьяков Д.В., канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры алгебры и функционального анализа Крымского Федерального Университета им. В.И. Вернадского.

Постановка задачи. Различные классы функциональных уравнений связаны с дробно-линейными преобразованиями, кроме того, к таким же уравнениям сводятся некоторые задачи на доказательство периодичности нетригонометрических функций. Поэтому возникает задача связать упомянутые проблемы с теорией матриц 2-го порядка, для того, чтобы получить новые методы решения и обобщения этих задач.

Методы, использованные автором. При решении сформулированной задачи использовались методы теории матриц и алгебры.

Основные результаты. Автором предложен метод решения функциональных уравнений вида $(cx+b)f((\alpha x+\beta)/(\gamma x+\delta))+hf(x+a)=\lambda x+\mu, \quad x\neq-\delta/\gamma \ ,\gamma\neq 0$. В некоторых случаях такая задача может быть сформулирована, как задача на периодичность некоторой нетригонометрической функции. Здесь необходимо также вычислить период. Суть метода заключается в нахождении такой натуральной степени матрицы, связанной с этим уравнением, которая приводит её к скалярной матрице.

Заключение и возможные пути развития задачи. Предложенный метод позволяет решать некоторые классы функциональных уравнений и задачи на доказательство периодичности нетригонометрических функций, удовлетворяющих некоторому функциональному уравнению, его можно в дальнейшем обобщить на тот случай, когда в уравнении присутствуют несколько

слагаемых, представляющих из себя значения неизвестной функции f от дробно-линейных преобразований.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Обобщение Формулы Пика

Куриленко Юлия Денисовна (Беларусь, Гомель, Гимназия №51, 11 класс)

Струк Александр Николаевич, учитель математики, ГУО «Гимназия №51 г. Гомеля»

Пусть F − многоугольник (не обязательно выпуклый) на плоскости с целочисленными вершинами (то есть обе координаты каждой вершины являются целыми числами). Обозначим через $N(F)$ количество целочисленных точек, расположенных внутри фигуры F, $B(F)$ − количество целочисленных точек на границе F и, наконец, $N(F) = N(F) + B(F)$ − количество точек на границе или внутри F. Известна формула Пика, которая вычисляет площадь $S(F)$: $S(F) = N(F) + B(F) / 2 - 1$.

Целью этой задачи является обобщение этой формулы на многомерный случай. Во всех пунктах задачи интересно получить соответствующие формулы в частных случаях (например, для фигур определенного вида: прямоугольных треугольников или тетраэдров, ромбов или прямоугольных параллелепипедов и т.п.).

Для любого натурального числа k обозначим через kF фигуру, которая получается из F гомотетией с центром в начале координат. Также целью данной задачи является определить функции $p(k) = N(kF)$, $p(k) = N(kF)$.

При обобщении формулы для двухмерного пространства, количество целых точек внутри, внутри и на периметре многоугольников выражалось че рез площадь и количество целых точек на периметре. При рассмотрении трехмерного пространства, многогранники делились на слои (сечения, параллельные одной из трех координатной плоскости), и для них считались количества целых точек.

Найдены полиномы и для двухмерного пространства, для частных случаев в трехмерном пространстве. Приведены направления обобщения для трехмерного пространства, а также найден аналог формулы для треугольной решѐтки.

Данная задача взята с восемнадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи, а также предложено обобщение. Используя формулу Пика, можно примерно вычислять площади различных областей на картах. Обобщения формулы Пика служат связующим звеном между традиционной евклидовой геометрией и современным предметом дискретной геометрии.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ

Куценко Алексей Викторович (Санкт-Петербург, Школа №246, 9 класс)
Руководитель: Шевченко Марина Константиновна, учитель математики, ГБОУ школа 246 Приморского района г. Санкт- Петербурга

Мы живём в информационную эпоху. В наше время множество вещей человек пытается упростить, занося то или иное действие в компьютер. В данной работе перед нами стояла задача: найти и разобрать методы решения уравнений высших степеней, компьютеризировать выбранные нами методы.

В данной исследовательской работе я использовал лекции и методичные материалы, книги, которые помогли нам ответить на поставленные вопросы. Мы нашли и разобрали много методов решения уравнений.

Достижения нашей исследовательской работы заключаются в том, что мы смогли компьютеризировать некоторые методы решения уравнений высших степеней.

Данная исследовательская работа показала, что человек не успел компьютеризировать всё, что ему хотелось бы, но он стремится к этому.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Треугольный круг в квадрате

Лебедева Екатерина Михайловна (Нижегородская область, Нижний Новгород, МБОУ «Лицей №40», 11)

Кузнецова Ю.А., учитель математики, учитель высшей квалификационной категории, МБОУ Лицей №40

Исследовать однопараметрическое семейство траекторий движения точек треугольника Рёло, расположенных на его оси симметрии, при качении его по квадрату; найти применение данного исследования в различных областях деятельности человека: например, обработке материалов, создании высокопрочных конструкций и др. Задачами моей работы стали:

1. Аналитически исследовать траектории движения точек треугольника Рёло, лежащих на биссектрисе треугольника Рёло, при качении его по квадрату: найти бифуркационные значения, при которых качественно меняется форма траектории данных точек; установить компоненты, из которых состоят траектории, определить их количество и уравнения.
2. Оценить разницу в площадях фигуры, ограничиваемой траекторией движения и описанного для неё квадрата.
3. Написать программу для иллюстрации математического доказательства и придумать новые применения данного исследования.

В работе представлена программа, написанная в среде FlashDevelop, для наглядной иллюстрации математического исследования.

В работе представлен t - параметр, который характеризует положение точки, располагающейся на оси симметрии треугольника, иначе это отношение расстояния от текущей точки на биссектрисе до центра треугольника к расстоянию от центра до вершины этого же треугольника. При этом точка может выходить за пределы треугольника. Было установлено, что при изменении параметра t, в рассмотренном семействе существует 5 бифуркационных значений, при прохождении через которые качественно меняется форма траектории. Построен график зависимости площади фигуры к площади её описанного квадрата. Придуман новый механизм сверления квадратных отверстий, позволяющий получать углы с точностью 0,07%, что является существенной разницей со сверлом Уаттса и может составить конкуренцию лазерной резке. Предложено применение треугольника Рёло в конструкциях металлокрепей и тоннелей угольных шахт.

По результатам проведенного мной исследования и полученного материала, мной сделаны выводы и предложено практическое применение треугольника Рёло.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВКА КЛИПЕР.

Лукин Андрей Алексеевич
(Новосибирская область, Новосибирск, МАОУ ИЭЛ, 10 А класс)

Руководитель: Прокопьева Татьяна Викторовна, аспирант НГТУ.

Исследуем особенности создания формы поверхности в аэродинамике. Во многих промышленно развитых странах интенсивно ведутся работы по созданию новых космических аппаратов для доставки на орбиту и возвращения на Землю людей и грузов, поэтому настоящие время в России проводятся исследования в области различных подходов к расчёту аэродинамических характеристик ВКА «Русь» в скоростном потоке. РКК «Энергия», которая должна к 2018 году создать бескрылый частично-многоразовый пилотируемый транспортный корабль нового поколения «Русь» при широком использовании систем, проектировавшихся для ВКА «Клипера». В нашем проекте будет рассматриваться ВКА «Клипера».
В нашей работе мы использовали: Метод Монте-Карло, язык программирования C#. В среде Visual Studio 2012 Express, Методы математического анализа и теории вероятности (аппроксимация, интерполяция), Методы построения моделей аэродинамики летательных аппаратов, 3D Max.
В настоящие время проводятся исследования в области различных подходов к расчёту аэродинамики перспективного летательного аппарата нового поколения в скоростном потоке разряженного газа. Трение и сопротивление, возникающие при взаимодействии воздуха с поверхностью летательного аппарата, зависят от его формы и являются его важнейшими динамическими характеристиками. Исследуем особенности создания формы поверхности в аэродинамике. Получилось создать 3D модель ВКА Клипер, смоделировать построение поверхности с помощью треугольников.
В первой главе мы рассмотрели элементы математического анализа, которые нам понадобились для дальнейшего исследования. Во второй главе мы исследуем методику расчета аэродинамических характеристик тел сложной формы. В процессе исследования выявлены два метода: математическая аппроксимация (приближение) поверхности и распределение в пространстве большого числа точек поверхности, по которым восстанавливается система элементарных площадок. Моделируемое тело разбивается на ряд характерных частей (крыло, хвостовая часть, донная часть, фюзеляж и т.д.), для каждой из которых проводится квадратичная интерполяция по контрольным точкам, и в конечном итоге, восстановление поверхности происходит по контрольным точкам. Были выделены две части для дальнейшего моделирования: крыло и хвостовая часть. Мы представляем тело в цилиндрической системе координат и разбиваем его на треугольники. В третьей главе мы построили поверхность хвостовой части летательного аппарата на языке программирования C#, в среде Visual Studio 2012 Express. Результаты работы программы по построению поверхности хвостовой части летательного аппарата на языке программирования C#. в среде Visual Studio 2012 представлены в главе четвертой. Построение каждой части летательного аппарата даст нам возможность смоделировать поверхность аппарата более совершенной формы, которая будет учитывать самые незначительные изменения параметров внешних сил.
В пятой главе на основании графиков, полученных в МФТИ при продувании модели ВКА «Клипера» в аэродинамической трубе, мы построили поляру крыла и нашли максимальный коэффициент аэродинамического качества. Используя метод Монте-Карло, мы находим площадь крыла ВКА Клипер.

Задача Томсона для трех, четырех, пяти и шести зарядов

Масленникова Елизавета Алексеевна(МО, г.Сергиев Посад, МБОУ "ФМЛ", 11)

Руководитель: Забавин Валерий Николаевич, начальник лаборатории,"12ЦНИИ МО РФ"

В начале XX века, конструируя модель атома, английский физик Джозеф Джон Томсон рассматривал задачу о равновесном расположении зарядов на сфере, то есть о таком расположении, когда потенциальная энергия зарядов наименьшая. После открытия атомного ядра эта задача была отложена, а в последнее время вновь привлекла к себе внимание математиков. В некоторых случаях равновесное расположение известно (для небольшого числа зарядов). В части этих случаев равновесность доказана. В работе сообщается, что для трех и четырех зарядов доказательства выполнены с помощью неравенств между средним арифметическим, средним геометрическим и средним гармоническим, но самих доказательств не приводится. В этой же работе выполнены доказательства для шести и двенадцати зарядов с помощью методов, известных узкому кругу специалистов.

Точное решение задачи Томсона для пяти зарядов в известной автору литературе отсутствует. Считается, что заряды расположены так: два заряда в концах диаметра сферы, три - в плоскости, проходящей через центр сферы перпендикулярно этому диаметру, в вершинах правильного треугольника.

Цель работы: доказать равновесность известных расположений на сфере трех, четырех и шести одинаковых зарядов и предполагаемого расположения пяти зарядов.

При рассмотрении трёх, четырёх и шести зарядов используются методы элементарной математики; рассмотрение пяти зарядов потребовало привлечения методов математического анализа.

Вывод: доказана равновесность известных расположений на сфере одинаковых зарядов для трёх зарядов (вершины правильного треугольника, плоскость которого проходит через центр сферы), четырёх зарядов (вершины правильного тетраэдра), шести зарядов (вершины правильного октаэдра) и предполагаемого расположения пяти зарядов. Для шести зарядов доказана единственность расположения зарядов (для трех, четырех и пяти зарядов она не требует доказательств).

Фундаментальная загадка природы

Андреев Никита Валерьевич (Санкт-Петербург, Лицей ФТШ, 11 класс) Руководитель:

Горский Сергей Михайлович, преподаватель математики, лицей ФТШ.

Задача: на координатной плоскости нарисованы графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$. Известно, что любая прямая на координатной плоскости имеет с графиком функции $y = f(x)$ столько же общих точек, сколько с графиком функции $y = g(x)$. Назовем это условие условием ***A***. Для каких функций верно, что из условия ***A*** следует, что $f(x) \equiv g(x)$? Данное исследование имеет большую значимость для развития математики.

В процессе работы были использованы текстовый редактор Word и графический редактор GeoGebra.

На данный момент данный факт доказан для: прямых; парабол; кубических парабол; гипербол; выпуклых и вогнутых функций; функций, один раз сменяющих выпуклость на вогнутость; функций с рациональными значениями, определённых на множестве рациональных чисел; нескольких других видов функций. Также если полагать, что обе функции – многочлены, утверждение доказано полностью.

Я считаю, что достиг значительных результатов в данной проблеме. В ближайшем будущем планируется доказать утверждение для некоторых тригонометрических функций, таких как синус и косинус, а также продолжить исследование многочленов.

ОБЩАЯ ХОРДА ДВУХ ОКРУЖНОСТЕЙ

Анисов Аметхан Лимар-Оглы (МБОУ ФМП ЕУВК «Интеграл», 11 класс)

Руководитель: Нагель Игорь Петрович, заслуженный учитель Украины, учитель математики МБОУ ФМП ЕУВК «Интеграл».

При достижении цели работы были решены следующие задачи:
– Изучена научно-методическая литература по теме «Общая хорда двух окружностей», «Радикальная ось», «Степень точки». Изучен материал, который расширяет и углубляет базовый курс знаний по геометрии;
– Изучены приемы решения задач повышенной сложности с использованием понятия радикальной оси и степени точки.
– Разработаны собственные задачи.
– Собраны малоизвестные факты общей хорды двух окружностей.

Актуальность исследования определяется недостаточной систематизацией знаний (материала) по данной теме. Методы исследования: анализ и сравнение имеющихся источников литературы. В данной работе рассмотрен вопрос о необходимости более подробного и тщательного изучения темы: «Общая хорда двух окружностей».

Изучение свойств окружности, радикальной оси позволило решать задачи повышенной сложности различных олимпиад и конкурсов. В результате работы была достигнута поставленная цель: изучена общая хорда двух окружностей, собраны малоизвестные свойства общей хорды двух окружностей, обоснована эффективность их использования для решения олимпиадных задач.

Научная новизна работы состоит в разработке собственных задач, в найденных малоизвестных свойствах общей хорды двух окружностей.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛИЧЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОЙ СТЕПЕНИ ПО ЕГО КОЭФФИЦИЕНТАМ

Данилов Дмитрий Романович (Московская область, г. Сергиев Посад, МБОУ "Физико-математический лицей", 11 класс)

Руководитель: Забавин Валерий Николаевич, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, начальник лаборатории, 12 ЦНИИ МО РФ.

В книге [1] поставлена такая задача: исследовать количество корней уравнения $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ в зависимости от a, b, c; изобразить соответствующие области в пространстве параметров (a, b, c). Цель нашей работы – привести уравнение четвертой степени к виду, содержащему два коэффициента, и изобразить на плоскости этих коэффициентов области, в которых уравнение имеет данное количество действительных корней.

Уравнение $a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$ линейной заменой неизвестной сводится к одному из трех видов: $x^4 = px + q$; $x^4 + x^2 = px + q$; $x^4 – x^2 = px + q$, где коэффициенты p, q выражаются через коэффициенты a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 исходного уравнения. Для каждого из них на плоскости (p, q) указаны области, где уравнение имеет данное количество решений. Поставленная цель достигнута.

Аналогичный метод можно использовать для полного уравнения пятой степени.

Натуральные точки под кривой

Дроздова Варвара Александровна (Республика Беларусь, г. Гомель, Гимназия №51,11 класс)

Руководитель: Симоненко Дмитрий Николаевич, старший преподаватель кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет транспорта»

Рассматривается координатная плоскость Oxy. Точка с координатами (x, y) называется натуральной, если $x, y \in N$. Множество натуральных точек в области (а также на её границах) ограниченной осью Ox, прямой $y = \alpha x$ ($\alpha > 0$) и прямой $x = n$, где n – натуральное число, называется множеством натуральных точек под прямой $y = \alpha x$. Количество элементов в данном множестве обозначается $f_\alpha(n)$. Аналогично вводятся понятия множества натуральных точек под параболой $y = \alpha x^2$ – $g_\alpha(n)$ и множества натуральных точек под параболой $y = \alpha\sqrt{x}$ – $h_\alpha(n)$. Необходимо было найти $f_\alpha(n)$, $g_\alpha(n)$, $h_\alpha(n)$ для различных α, а также исследовать данные множества (например, при изменении параметра α) и найти связь между ними.

Для нахождения количества элементов в каждом множестве рассматривалось количество натуральных точек для каждого натурального x до n, для $f_\alpha(n)$ использовалась формула Пика, также использовались свойства целой и дробной части чисел. При вычислении пределов последовательностей была использована теорема о двух милиционерах.

Было найдено количество элементов ~~в~~ множествах натуральных точек под прямой $y = \alpha x$, параболами $y = \alpha x^2$ и $y = \alpha\sqrt{x}$ для различных α, пределы последовательностей $\frac{f_\alpha(n)}{n^2}$ и $\frac{g_\alpha(n)}{n^3}$; исследованы $f_\alpha(n)$, $g_\alpha(n)$, $h_\alpha(n)$ при изменении параметра, найдена связь между данными множествами.

Мной была решена задача на исследование количества натуральных точек под графиками некоторых функций. В дальнейшем я планирую рассмотреть и другие функции, найти связь между ними, а также предложить свои направления для исследования для точек в пространстве.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

ЭФФЕКТ БАБОЧКИ В ТЕОРИИ ХАОСА

Фролова Регина Игоревна (Новосибирская область, Новосибирск, МАОУ Информационно-экономический лицей, 10 класс)

Руководитель: Прокопьева Татьяна Викторовна, аспирант НГТУ

Начиная с рубежа 1980-х - 1990-х годов в дискуссиях историков-методологов появилось новое направление, связанное с "наукой о сложном". Так принято называть новую междисциплинарную область исследований – теорию хаоса, в центре внимания которой находятся проблемы исследования систем с нелинейной динамикой, неустойчивым поведением, эффектами самоорганизации, наличием хаотических режимов. В данном проекте исследовано проявление "эффекта бабочки" в жизни с помощью методов математической статистики. Проанализированы результаты социологических исследований российских и международных организаций с целью определения факторов мешающих развитию производственной сферы. По данным этих результатов и данным рейтинга лидера страны, исследована зависимость предпринимательской активности и факторов, которые влияют на преодоление неопределенности экономической ситуации в нашем государстве, в процессе исследования создана модель, показывающая реализацию эффекта бабочки в жизни.
В проекте была создана программа на языке Pascal, для упрощения расчетов в данной модели.

В данной работе мы использовали корреляционный анализ математической статистики. Использована формула корреляции Пирсона, статистическая модель исследована на уровень значимости, с помощью критерия Фишера. Проведено исследование типа распределения множества, используя элементы математической статистики, теории вероятности, применяя критерий нормальности Шапиро-Уилка.

В данном проекте мы исследовали проявление «эффекта бабочки» в жизни с помощью методов математической статистики. В первой главе даны необходимые понятия и определения, рассмотрены элементы корреляционного анализа. Во второй главе проанализированы результаты социологических исследований российских и международных организаций с целью определения факторов, которые мешают развитию производственной сферы. Третья глава посвящена исследованию зависимости предпринимательской активности и факторов, которые влияют на преодоление неопределенности экономической ситуации в нашем государстве. В четвертой главе мы создали программу на языке Pascal для выполнения автоматических расчетов по проекту.

Данные корреляционного анализа говорят о том, что действительно существует взаимосвязь между авторитетом лидера страны, который выражается в данных рейтингов по годам, и уверенности руководителей компаний в завтрашнем дне. Поскольку данный показатель, показатель неопределенности экономической ситуации в стране по результатам опросов, является одним из важнейших факторов развития экономики, следовательно, не только экономика зависит от власти, но и возможности власти определяются развитием экономики. Действия президента на мировой арене зависят, в том числе, от экономических возможностей нашей страны. Дипломатическое мастерство лидера страны определяет позицию государства в мировом сообществе. Исследуя изменения показателя легитимности власти и авторитета правителя у людей, мы можем сделать выводы об уровне признания неопределенности в стране и соответственно, изменений показателей развития бизнеса и экономики в целом. Таким образом, даже личные качества правителя, могут оказать влияние на уверенность человека в завтрашнем дне, от которого зависит стратегия развития собственного бизнеса и экономики в целом. В этом и проявляется эффект бабочки в современной российской экономике.

СРАВНЕНИЕ НЕЧЁТКИХ ЧИСЕЛ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОГО ВИДА

Гафаров Салават Талгатович (обл. Челябинская, г. Челябинск, ГБОУ «ЧОМЛИ», 11 класс)

Руководитель: Кудрявцев Константин Николаевич, доцент, кандидат физико-математических наук, Южно-Уральский Государственный Университет

Теория нечетких множеств, впервые предложенная Лотфи Заде в 70-х годах прошлого века, в настоящее время переживает период бурного развития. Это теория легла в основу нового направления математики – мягких вычислений. Появляются многочисленные приложения теории нечётких множеств к практическим задачам экономики и управления. Однако остается открытым вопрос сравнения нечетких чисел.

Какие либо специальные методы не использовались.

В работе был разработан алгоритм сравнения нечётких чисел с трапецеидальной функцией принадлежности, получены аналитические формулы для операции сравнения и написана программа, реализующая предложенный алгоритм.

Полученный алгоритм может быть использован при создании систем мягких вычислений и экспортных систем, использующих нечёткую логику. Разработанная программа для сравнения трапецеидальных нечётких чисел может иметь своё применение при создании промышленных нечетких контроллеров.

Исследование поведения точки Ферма-Торричелли при различных заданных перемещениях точек треугольника

Гаврин Иван, физико-математический кружок МБОУ СОШ №135 имени академика Б.В.Литвинова, г. Снежинск
Научный руководитель: Руданова Наталья Юрьевна, учитель математики МБОУ СОШ №135 имени академика Б.В.Литвинова, г. Снежинск
Шальнов Сергей Александрович, инженер – технолог ФГУП РФЯЦ-ВНИИТФ им. Академика Забабахина

Достаточно широкое практическое применение некоторых свойств точки Ферма-Торричелли в транспортной логистике, строительстве и многих других сферах обусловлено экономическим эффектом. При этом все рассмотренные нами примеры касались стационарных объектов. Задавшись целью применить эти замечательные свойства, для движущихся объектов была придумана задача: «Группа небольших кораблей-сейнеров ведет промысловый лов рыбы, перемещаясь с одинаковой скоростью в различных заданных направлениях. Между ними находится большой корабль-база, куда периодически выгружают свою добычу рыбаки. Определить траектории движения корабля-базы при заданных перемещениях сейнеров в процессе лова, обеспечивающих минимальное суммарное перемещение сейнеров для выгрузки улова». Условие задачи неполное.

Цель работы - исследование поведения точки Ферма- Торричелли при заданном изменении положения точек вершин исходного треугольника. Показать графически линии, по которым перемещается точка Ферма-Торричелли при различных направлениях перемещения точек вершин исходного треугольника (траектории движения корабля-базы).

Исследование проводилось методом графических построений и расчетов координат точек по формулам аналитической геометрии. Теоретические расчеты были использованы для написания компьютерной программы на языке С++(Visual Studio 2010), позволяющей определять координаты и траекторию точки Ферма-Торричелли при заданных координатах и перемещениях вершин исходного треугольника.

Анализ построенных в данной работе траекторий точки Ферма-Торричелли позволяет утверждать:
1. Перемещение точки Ферма-Торричелли (корабля-базы) будет равно по величине и по направлению перемещению точек вершин треугольников (кораблей-сейнеров) только в одном случае: если они движутся в одном направлении, параллельно друг другу.
2. Существует единственное условие перемещения точек вершин треугольников (кораблей-сейнеров), когда точка Ферма-Торричелли (корабль-база) остается неподвижной.

Материалы данной работы могут быть использованы в школьной программе в качестве дополнительной информации, а так же для решения олимпиадных задач. Кроме того применение программы может быть полезным при планировании различных транспортных операций, где вопросы экономии топлива чрезвычайно важны: поисково-спасательные операции в труднодоступных районах, перемещение транспортных средств, при освоении других планет, и др.

Перспектива продолжения исследования заключается в дальнейшем научном математическом открытии при постановки данной задачи в пространстве, соответственно, практическое применение может быть использовано, например, в астрофизике.

Сравнительный анализ Евклидовой геометрии и геометрии Н.И. Лобачевского

Головань Ольга Данииловна (Московская область, город Фрязино, МОУ Гимназия, 9 класс)

Руководитель: Емелина Инна Алексеевна - учитель высшей квалификационной категории по математике, место работы: Гимназия г. Фрязино

Задачи: провести анкетирование школьников средней и старшей школы; рассмотреть Евклидову геометрию; рассмотреть геометрию Н.И. Лобачевского и её практическое применение; сравнить Евклидову и неевклидову геометрию Лобачевского; сделать выводы.
Актуальность исследования. Новые результаты чаще всего появляются благодаря поиску аналогий различных утверждений. Зачастую аналог даже элементарной задачи геометрии Евклида оказывается далеко не тривиальным в геометрии Лобачевского. В то же время получаемые результаты оказываются красивыми и интересными. В 2017 году исполняется ровно 185 лет со дня, когда Николай Лобачевский представил на суд коллег свой первый труд по неевклидовой геометрии. Этот день стал началом переворота в математике, а работа Лобачевского - первым шагом к теории относительности Эйнштейна.

Цель: сравнить геометрию Евклида с геометрией Н.И. Лобачевского.

Гипотеза: В геометрии Лобачевского и Евклида различаются только те теоремы, которые опираются на V постулат.

Объект исследования: Геометрия Н.И. Лобачевского и Евклида.

Предмет исследования: некоторые теоремы евклидовой геометрии и геометрии Н.И. Лобачевского.

Методы исследования:

теоретические: метод сравнительно-исторического анализа литературы, восхождение от абстрактного к конкретному;

эмпирические: метод опроса (анкетирование), метод причинно-следственного анализа;

математические: статистические методы, метод визуализации данных, метод оценивания и сравнения.

Новые результаты: В геометрии Лобачевского и Евклида найдены и определены основные отличия. Был проведен сравнительный анализ этих геометрий не только с математической, но и с некоторой философской стороны. В данной исследовательской работе приводится элементарное доказательство некоторых теорем в геометрии Лобачевского, понятные даже школьнику.

Данный проект может быть применен учителями на уроках и дополнительных занятиях по геометрии в старших классах. Данный проект самостоятельно могут использовать ученики для расширения своего кругозора и знаний по геометрии

ТЕОРИЯ ГРАФОВ В РЕШЕНИИ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Габидуллина Ильнара Ильгамовна (Республика Татарстан, Муслюмовский район, МБОУ Баланнинская ООШ, 8 класс)
Хасанов Айнур Инсафович(Республика Татарстан, Муслюмовский район, МБОУ Баланнинская ООШ, 8 класс)

Ахметова Сурия Фарисовна, учитель математики, МБОУ Баланнинская ООШ Муслюмовского муниципального района Республики Татарстан

Цель: Узнать, каким образом выбрать место для строительства спортивно-развлекательного комплекса, чтобы жители отдаленных районов Республики тоже имели возможность для развития и организации досуга в своих местах проживания?
Определения и термины: графы, центр графа.
Задачи:
• Изучить информацию по теории графов;
• Определить приемы использования теории графов в решении практических задач;
• Найти применение теории графов в жизни.

Методы, использованные при исследовании:
- анализ источников информации по проблеме.
- исследование способа решения данной практической задачи

Основные результаты: решить практические задачи можно более просто, если использовать теорию графов. Поставленная перед нами задача была вы выполнена Узнали, каким образом выбрать место для строительства спортивно- развлекательного комплекса.

Заключение: мы можем сделать вывод, что, выделяя из словесных рассуждений главное – объекты и отношения между ними, графы представляют изучаемые факты в наглядной форме. Приемы решения практических задач с использованием графов подкупают своей естественностью и простотой, избавляют от лишних рассуждений.

Вероятность появления первой одной из двух выбранных конечных подпоследовательностей в бесконечной последовательности

Автор: Калинчук Мария Валерьева (Беларусь, г.Кобрин, СШ №8, 10 «Б» класс)

Руководитель: Калинчук Валерий Николаевич (учитель математики, СШ №8 г.Кобрина)

Дана бесконечная случайная последовательность из нулей и единиц. Для двух определённых подпоследовательностей одинаковой длины из двух, трех и более символов, необходимо найти вероятность появления первой одной из данных подпоследовательностей. Для бесконечной случайной последовательности, составленной из данных букв алфавита, найти вероятность появления первой данной под последовательности из двух, трех и более символов.

Получены ответы на все поставленные вопросы для подпоследовательностей любой длины. Проведён численный эксперимент.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ЧЕВИАН ТРЕУГОЛЬНИКА

Рабе Алексей Дмитриевич (Москва, ГБОУ ЛГК на Юго-Востоке, 10 класс)
Руководитель: Привалов Александр Андреевич, к.ф.-м.н., ГБОУ ЛГК на Юго-Востоке

В 1840 году Якоб Штейнер по просьбе Кристиана Лудольфа Лемуса доказал, что треугольник с двумя равными биссектрисами равнобедренный. А что если биссектрисы заменить равными чевианами? Оказалось, что свойство «быть равнобедренным» выполняется не всегда.

Главным вопросом в представленной работе является: «Пусть чевианы AA1 и BB1 треугольника ABC равны пересекаются в точке O. Каким условиям должна удовлетворять точка O пересечения чевиан AA1 и BB1 треугольника ABC или каким еще условиям должны удовлетворять AA1 и BB1, чтобы из равенства AA1= BB1 вытекало равенство AC=BC?». Рассмотрены случаи пересечения равных чевиан на биссектрисе, медиане, высоте и окружности, симмеричной окружности, описанной около треугольника ABC относительно основания AB. Доказано 10 теорем и их следствий. Приведены случаи пересечения равных чевиан, как k-трис. Указаны свойства коник, проходящих через основания чевиан треугольника. После рассмотрения первостепенного вопроса появляется задача о геометрическом месте точек пересечения равных чевиан. Выявлено, что это множество точек есть объединение основания AB треугольника ABC и кубической кривой. По классификации Ньютона эта гипербола относится ко второй группе, имеет одну асимптоту и одну бесконечную ветвь. Кривые этой группы называют hyperbolae defectivae (дефективные гиперболы). Установлены некоторые интересные свойства этой кривой.

Полученные результаты можно применять, как в решении некоторых задач, так и в их составлении.

Трапецеидальные числа

Сенин Георгий, Москва, ГБОУ «ЛГК на Юго-Востоке (Московский Химический Лицей(1303)), 7 класс

Руководитель: Дронзик Анна Борисовна, МПГУ

В работе рассматривается разновидность фигурных чисел: трапецеидальные числа. Трапецеидальное число - это натуральное число, которое можно представить в виде суммы двух или более последовательных натуральных чисел. Геометрически данное трапециадальное число можно проиллюстрировать набором значков на плоскости, изображенных так, что их форма напоминает трапецию (пример для числа 9 = 2 + 3 + 4):

```
  * *
 * * *
* * * *
```

Трапецеидальное разложение – способ разложения числа на сумму последовательных натуральных чисел. Задачей автора было найти закономерности для количества трапецеидальных разложений данного числа, для специальных случаев (четных чисел, простых чисел, и т.д) и для общего случая, а также найти связь между трапецеидальными и другими фигурными числами.

В работе приведены теоремы о количестве трапецеидальных разложений для различных специальных случаев, результаты вычислительных экспериментов (программы на языках Pascal и R), геометрические соображения, иллюстрирующие доказательства.

Доказано, что число любое число, не являющееся степенью двойки, трапецеидально, у любого числа, являющегося N-й степенью простого ровно N трапецеидальных разложений и у произведения двух простых чисел может быть 1, 2 или 3 трапецеидальных разложения.

В данный момент мы работаем над поиском числа трапецеидальных разложений в общем случае и поиском связи трапецеидальных чисел с другими фигурными числами.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ВЛОЖЕНИИ ГЕРОНОВЫХ МНОЖЕСТВ В Z^2

Шведов Андрей Робертович (Беларусь, г. Минск, Гимназия №41, 11 класс)
Шешко Николай Андреевич (Беларусь, г. Минск, Гимназия №41, 11 класс)
Руководитель: Змейков Давид Юрьевич, Ph.D., преподаватель, БГУ

Множество, в котором все попарные расстояния целые, мы называем идеальным. Такие множества широко исследовались различными математиками. Теорема Эрдеша--Эннинга гласит, что не существует бесконечного неколлинеарного идеального множества. Поиск наибольшего идеального множества такого, что никакие три точки не лежат на одной прямой и никакие четыре на одной окружности, является открытой проблемой математики. На данный момент наибольшее известное такое множество имеет мощность 7 (см. например [4], стр. 287). В 1997 году в институте Обервольфах Данил Каток и Карлос Морейра попросили доказать следующее утверждение: любой треугольник с целыми сторонами и рациональной площадью имеет копию в Z^2.

Основными методами связаны с гауссовыми целыми числами, квадратичными вычетами и триангуляциями плоских множеств.

Мы приводим простое доказательство этого утверждения, попутно показывая, что у треугольников с заданными свойствами площадь обязана быть целой (то есть он геронов). Далее, мы показываем, что есть четырехугольники с целыми сторонами, площадью и одной из диагоналей, которые нельзя расположить на целочисленной решетке. В попытке обобщить задачу мы приходим к естественному обобщению героновых треугольников: идеальное множество точек из R^2 назовем героновым, если площадь его выпуклой оболочки целая. Для любого натурального n > 1 существует бесконечно много неконгруэнтных героновых множеств (как показано в секции 5). Основной результат нашей статьи заключен в следующей теореме. Теорема 4.2 : Любое героново множество точек плоскости имеет изометрическую копию в Z^2. В секциях 2--4 статьи мы последовательно доказываем эту теорему. В секции 6 мы приводим несколько интересных свойства героновых множеств, а в части 7 строим идеальные параллелограммы и вписанные героновы четырехугольники.

Мы также затрагиваем вопрос об аппроксимации произвольного многоугольника героновыми множествами, который непосредственно связан с гипотезой Безиковича (1959) о том, что любой многоугольник может быть сколь угодно точно приближен многоугольником с рациональными сторонами и диагоналями

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИНЦИПОВ РАБОТЫ НЕЧЕТКИХ ЛОГИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ

Орешин Святослав Анатольевич (Нижегородская обл., г. Саров, МБОУ Лицей №15, 11Б)

Шмакова Мария Сергеевна (Нижегородская обл., г. Саров, МБОУ Лицей №15, 11Б)

Руководитель: Чернышев А.Б., доктор технических наук, профессор кафедры информационной безопасности, систем и технологий Северо-Кавказского федерального университета.

В современном информационном обществе одной из приоритетных задач является использование информации в целях управления. В повседневной жизни обнаруживается следующая проблема: во время принятия душа может наблюдаться неравномерный расход воды, из-за этого температура воды на выходе смесителя колеблется, приводя к необходимости ручного изменения подачи холодной или горячей воды. Наиболее комфортные условия создаются при наличии на выходе смесителя теплой воды постоянной температуры. Задача состоит в том, чтобы сделать регулировку температуры автоматической, обеспечивая постоянное комфортное значение на выходе смесителя. Цель работы: решение соответствующей задачи управления средствами нечеткой логики, изучение основных понятий нечеткой логики, исследование принципов работы нечетких логических регуляторов, приобретение навыков работы в MATLAB Fuzzy Logic Toolbox.

В работе использовались такие методы математической теории нечеткой логики, как построение нечетких множеств, нечетких регуляторов и нечеткой модели системы, нечеткий логический вывод. Также были рассмотрены основные математические операции над нечеткими множествами. Для построения нечетких математических регуляторов был использован пакет прикладных программ MATLAB.

В итоге для решения поставленной задачи построена модель управления, которая без вмешательства человека автоматически регулирует давление в кране при подаче воды. Создается нужная температура воды, уровень комфортного душа колеблется в пределах 25-40 градусов.

В дальнейшем для повышения точности регулирования созданной модели необходимо расширение базы правил и более точная ее настройка, а также доработка графиков функций принадлежности входящих и выходящих переменных. Продолжением исследований может стать разработка настоящей модели данного регулятора, к сожалению, до сих пор ни одна компания не взялась за его реализацию «в железе».

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЙ МИР ТРЕУГОЛЬНИКОВ С ВЗАИМОЗАВИСИМЫМИ УГЛАМИ

Макарчук Николай Сергеевич (Мурманская область, г. Североморск, МБОУ гимназия №1, 10класс)
Соколова Екатерина Павловна (Мурманская область, г. Североморск, МБОУ гимназия №1, 10класс)
Руководитель: Нирян Людмила Владимировна, учитель математики, МБОУ гимназия №1

Вопрос исследования возник в ходе знакомства с одной из задач по геометрии сборника В.В. Прасолова, в которой из некоторой взаимозависимости между углами треугольника возникает привлекательное, с точки зрения математики, соотношение между его сторонами. А именно: если углы треугольника связаны соотношением $3\alpha + 2\beta = 180^{\circ}$, то для его сторон выполняется равенство $a^2 + вс = c^2$.

Английский математик и популяризатор науки, профессор И. Стюарт сказал: «Как ни парадоксально, фундаментальная цель этой науки (математики) – раскрывать внутреннюю простоту и красоту самых сложных вопросов»**.** Именно поэтому мы решили связать наш проект с этим - с раскрытием внутренней красоты и простоты известного свойства треугольника, а именно – созданием целочисленного мира для рассматриваемого нами треугольника. А натолкнуло нас на это одно обстоятельство. Перелистывая страницы сборника, мы обратили внимание на тематику одного из подборок задач: «Целочисленные треугольники». И, хотя задачи, представленные там, были в небольшом количестве, и в них предлагалось находить всего лишь некоторые элементы треугольников, именно это и натолкнуло нас на мысль, а почему бы не изучить возможность существования, так называемого, целочисленного мира у рассматриваемых нами выше треугольников? Тем более, в истории уже существует подобный пример изучения (правда, только для сторон) прямоугольного треугольника. Скажем даже, что предмет получения Пифагоровых троек сыграл и в нашем исследовании особую роль. Продолжительные поиски во всех доступных источниках не привели нас к какому-либо результату, поэтому было решено самостоятельно « разобраться» с этим вопросом.

Выполняя многочисленные алгебраические преобразования, применяя различные свойства геометрических фигур, мы достигли своей цели. Были найдены абсолютно все треугольники с целочисленными величинами троек углов, сторон, высот, пар радиусов вписанных и описанных окружностей для таких треугольников, обнаружены представители троек биссектрис. А также было доказано, что медианы рассматриваемых нами треугольников таким свойством не обладают.

Вся работа с ее результатами может служить не только хорошим наглядным примером в теории математических редкостей, но и быть взятой на вооружение в решении какой-нибудь технической проблемы, связанной с моделированием ситуации с целыми компонентами треугольников данного вида. А, главное, у нее есть достаточно интересное продолжение, связанное, например, с ситуацией поиска композиций между целочисленными компонентами треугольника. Но это - уже другая история, тоже интересная и увлекательная.

Тетраэдризация выпуклых многогранников

Никаноров Кирилл Владимирович, Таранчук Владимир Александрович
Волгоградская область, г. Волгоград
МОУ «Лицей №2» Краснооктябрьского района г. Волгограда, 11-А класс
Научный руководитель Лецко Владимир Александрович, к.п.н., доцент кафедры алгебры, геометрии и математического анализа ФБГОУ ВО «ВГСПУ»

Проект посвящен исследованию разбиения выпуклых многогранников на тетраэдры. Рассмотрены вопросы: о минимальном количестве тетраэдров, на которые могут разрезаны многогранники, относящиеся к определенным классам; о всех возможных количествах тетраэдров при использовании разрезания специального вида, являющегося естественным обобщением триангуляции многоугольников диагоналями.

Пусть v – количество вершин многогранника. Известно, что никакой многогранник не может быть разрезан на менее чем v-3 тетраэдра. В то же время, для каждого v существует многогранник (пирамида), который может быть разрезан на v-3 тетраэдра. При достаточно больших v: каждый многогранник может быть разрезан не более, чем на $2v$-10 тетраэдров; существуют многогранники, которые нельзя разрезать на меньшее число тетраэдров.

Нами найдены и обоснованы минимальные значения для количества тетраэдров, на которые могут быть разрезаны многогранники следующих типов: пирамиды, бипирамиды, призмы, антипризмы, дельтоэдры, икосаэдр, додекаэдр и др.

Мы рассмотрели разрезания специального вида: исходный многогранник разбивается сечением, проходящим, по крайней мере, через три вершины, не лежащие в одной грани; для каждого из полученных многогранников (рассматриваемых по отдельности) продолжается аналогичный процесс, пока все полученные многогранники не станут тетраэдрами.

Пусть $S(M)$ - множество возможных количеств тетраэдров, на которые можно разрезать многогранник M, описанным выше способом. Все выпуклые многогранники разбиваются при этом на три класса:

- Многогранники, для которых $S(M)$ конечно.
- Многогранники, для которых $S(M)$ и дополнение $S(M)$ до множества всех натуральных чисел бесконечны.
- Многогранники, для которых дополнение $S(M)$ до множества всех натуральных чисел конечно.

Нам неизвестно, существуют ли многогранники, которые нельзя разрезать на конечное число тетраэдров описанным выше способом. Если таких многогранников не существует, то все многогранники с достаточно большим количеством ребер относятся к третьему классу.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Исследование задач на сгибы и разрезы

Тенгелиди Софья Сергеевна, Краснодарский край, город Краснодар, МУ ДО «Малая академия», МБОУ СОШ № 74, 8 класс
Руководитель: Забашта Елена Георгиевна, педагог дополнительного образования МУ ДО «Малая академия», учитель математики МБОУ СОШ № 74

Участвуя в различных конкурсах и олимпиадах по математике, мы достаточно часто встречаемся с так называемыми задачами «на сгибы и разрезы». Чтобы их решить, необходимо проявить логику, смекалку. Ведь определенных алгоритмов и способов для решения таких нестандартных задач нет. Изучив литературу по данной теме, мы увидели, что авторы задач «на сгибы и разрезы», как правило, не предлагают решения, а записывают только ответ. Или решения не совсем понятные. Поэтому мы попытались вывести свои формулу или алгоритм, позволяющие быстро и, самое главное, несложно решать задачи «на сгибы и разрезы», рассмотрев случаи, в которых сгибание объекта происходит несколько раз пополам с последующим разрезанием.

Методы исследования: анализ, синтез, индукция, обобщение.
Проанализировав найденные закономерности в решениях задач «на сгибы и разрезы» несколько раз пополам с последующим разрезанием, мы пришли к следующим выводам:

1.Получена формула для решения задач на сгибы и разрезы в случае, когда объект сгибают несколько раз пополам и разрезают;
2.Полученная формула позволяет получить быстрое и правильное решение рассматриваемого вида задач;
3.Составлены и решены с помощью полученной формулы задачи, которые можно предложить ученикам на математических конкурсах и олимпиадах.
Проведенное исследование будет полезно учащимся, увлекающимся математикой, а также учителям, которые готовят ребят для участия в олимпиадах и конкурсах.

Научно-исследовательская работа «Построение теней геометрических фигур»

Васюкович Марта Александровна (Беларусь, Минская область, Минский район, д. Боровляны)

Руководитель: Гладкая Вильгельмина Николаевна, учитель математики в ГУО «Боровлянская средняя школа №2»

Общеизвестно, что наличие на рисунке или чертеже собственной и падающей тени от изображённых на нём предметов значительно повышает наглядность и выразительность изображения. Вместе с тем построение теней на чертеже, получается в результате решения определённых задач, достаточно интересных по геометрическому содержанию.

Объект исследовательской работы - тень.

Цель: практическое обоснование теоретического построения теней геометрических и пространственных фигур.

Для реализации данной цели нами решались следующие задачи:

1. Изучить теоритический материал построения теней геометрических и пространственных фигур.
2. Сравнить факельную и солнечную тени, построенные на основной, основной и проецирующей плоскостях.
3. Получить тень геометрической фигуры от двух факельных источников света.
4. Путем построения получить тень более сложной пространственной фигуры.

В данной работе я рассмотрела материал по теории построения солнечной и факельной теней различных геометрических фигур, выполнила геометрические построения теней, создала анимации построений, провела сравнительный анализ с тенями, полученными опытным путем. При выполнении работы были использованы следующие методы: построение, визуальное наблюдение, сравнительный анализ.

Актуальность данной работы состоит в том, что собранный теоретический материал и проведенные практические исследования могут быть использованы не только многими начинающими художниками и архитекторами, но и просто обычными любознательными школьниками, а также учителями на факультативных занятиях.

Алгоритм о выборе кратчайших дорог Сеть Штейнера

Высоцкая Дарья Германовна (Москва, ГБОУ «ЛГК на Юго-Востоке» (Московский Химический Лицей (1303), 7 класс)
Руководитель: Решетников Иван Андреевич

Цель моего проекта - изучить способ, с помощью которого можно минимизировать сумму длин рёбер замкнутого ацикличного графа; найти и построить такой граф с n вершинами. Такой граф с минимальной суммой длин ребер называется сеть Штейнера. Существует два способа найти сеть Штейнера.

Результаты: изучены два способа нахождения графа, у которого сумма отрезков минимизирована. Найдены сети Штейнера для 3 произвольных точек, квадрата, ромба. Найдены геометрические доказательства и построены иллюстрации в программе GeoGebra.

В дальнейшем я планирую написать программу на языке Pascal, которая сможет рисовать сеть Штейнера для 4 точек, задаваемые пользователем. Также я планирую найти сеть Штейнера для 5 точек.

Эта задача используется в строительстве дорог, в проектировании электросетей, в прокладке труб. Но эта задача в данный момент не решена эффективно в общем виде, быстрого алгоритма не существует и неизвестно, есть ли он в принципе.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

МАТЕМАТИКА АРХИТЕКТУРЫ ОДНОПОЛОСТНОГО ГИПЕРБОЛОИДА

Жигалова Аэлита Игоревна (Московская область, г. Королёв (Юбилейный), Гимназия №5, 11 класс, кружок «Юный физик – умелые руки»)
Руководитель: Лебедев Владимир Валентинович, доктор технических наук, профессор Московского государственного строительного университета, руководитель школьного кружка «Юный физик – умелые руки»

Цель работы:
1.В математическом предложении технического и архитектурного решения высотного сооружения как продолжения развития математических идей В.Г.Шухова;
2.В снятии ряда технологических ограничений для перспективных конструкций;
3.В сочетании математических принципов с гармонической архитектурой.

На основе современных аддитивных технологий можно снять первое ограничение – изготовить не круговой, а эллиптический однополостный гиперболоид. Ориентация большой оси эллипса по розе ветров позволит снизить ветровые нагрузки и облегчить конструкцию. Второе ограничение, которое предлагается снять с перспективных проектов математически, - это отказ от «горлышка» однополостного гиперболоида в верхних основаниях секций. В.Г.Шухов не мог расширить конструкцию секций в верхней части, потому что через «горлышко» проходил подъём вышележащих секций, они просто не прошли бы внизу в самом узком месте. Вертолётов и высотных кранов в то время не было. Главное направление работы заключается в переходе от конечного числа прямолинейных образующих в сооружениях В.Г.Шухова к несчётному множеству образующих, то есть к оболочкам. Такой переход стал возможен в настоящее время благодаря развитию аддитивных технологий и возможностью реализации с их помощью сложных математических объектов.

Однополостный гиперболоид был изучен на предмет возможности соблюдения правил «золотого» сечения при архитектурном проектировании. На защиту выносится три положения. Во-первых, математическое доказательство возможности соблюдения четырёх независимых соотношений «золотого» сечения гиперболических секций высотной конструкции. Во-вторых, следствие пятого «золотого» соотношения из сформулированных четырёх принципов. В-третьих, невозможность соблюсти шестое «золотое» сечение по «горлышку» гиперболоида, но возможность выполнить его приближённо с относительной ошибкой не более 13%.

Для доказательства правильности математических расчётов сформулировано Техническое задание и выдан заказ на изготовление аддитивными технологиями двух комплектов макетов перспективной высотной башни. Техническое задание иллюстрировано программными средствами MathCAD-13. Заказ был принят специализированной фирмой для изготовления с доработкой Технического задания по необходимому для 3D-принтера программному обеспечению. Срок изготовления заказа – середина января 2017 г. Сертификаты получены. Один комплект макета башни предназначен для испытаний под нагрузкой до разрушения на измерительном прессе. Второй комплект макета башни является демонстрационным. Реализация гармонического «золотого» сечения приводит к убыванию размеров секций по геометрической прогрессии. Это определяет предельную высоту башни.

Продолжение работы планируется на реальных строительных объектах, сначала небольших (будки, киоски), а затем более нагруженных (градирни, вышки). Планируется участие в конкурсе УМНИК сразу после окончания школы и поступления в ВУЗ.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Теорема о мощности множества содержащего необходимое количество элементов данных конечных непересекающихся множеств

Мацокина Валерия Валерьевна (Краснодарский край, Анапа, МБОУ СОШ №1, 9 класс)

Научный руководитель: Лисова Елена Александровна, учитель информатики, МБОУ СОШ №1

Цель исследования: формулирование и доказательство теоремы, ускоряющей расчет единственного верного варианта получения из каждого множества заданного количества элементов; рассмотрение проблемы с точки зрения понятия мощности; нахождение применения в теории вероятности и информатике.

Работа над проектом состояла из двух частей: теоретической и практической. К первой части относится изучение раздела математики «комбинаторика», анализ задач этой тематики и разработка доказательства теоремы; ко второй – тестирование среди школьников.

Теорема о мощностях множеств разработана, теоретически доказана, и протестирована на практике, имеет дальнейшие перспективы развития.

Данный проект может быть реализован при решении определенного типа задач (расчет и обработка данных, составление прогнозов, доказательство других гипотез и теорем). Планируется разработка мной программы на основе данной теоремы для широкого применения в информатике при решении задач по комбинаторике и теории вероятности.

Сферы влияния непересекающихся кругов на плоскости

Автор: Менюк Дмитрий Сергеевич (Республика Крым ГБОУ РК КШИ Крымский кадетский корпус)

Руководитель: Стонякин Федор Сергеевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры алгебры и функционального анализа Таврической академии Крымского федерального университета им. В.И. Вернадского

Для разных прикладных задач рассматривают различные функции, определяющие расстояния между некоторыми исследуемыми объектами. Наша работа посвящена функции расстояния от точки до круга, которая вводится следующим образом: от всякой точки вне круга расстояние до него определяется как длину касательной к окружности, проведенной из этой точки; расстояние от всякой точки круга до него полагается нулевым. Эта функция естественно возникает в связи с известной задачей о нахождении оптимального обхода круглого препятствия (к примеру, озера: если прямой путь между пунктами лежит через него, то нужно обходить по касательной).

Цель работы – описание деления плоскости на зоны Дирихле (сферы влияния) двух или трёх непересекающихся кругов относительно вышеуказанного аналога расстояния, исследование условий принадлежности замечательных точек треугольника центров кругов сфере влияния фиксированного круга.

В работе использованы методы геометрии треугольника и окружности, в частности основные факты о радикальных осях окружностей (в т.ч. теорема Монжа), а также другие свойства замечательных точек треугольника.

Доказано, что сферы влияния двух непересекающихся кругов граничат по радикальной оси окружностей (границ этих кругов). На базе теоремы Монжа о радикальных осях описаны деление плоскости на сферы влияния трёх непересекающихся кругов при рассматриваемом аналоге расстояния. В случае, когда центры кругов образуют треугольник, найдены условия совпадения общей точки сфер влияния с ключевыми замечательными точками треугольника: точками пересечения медиан (центроид), биссектрис (инцентр), высот (ортоцентр), центр описанной окружности, точкой Ферма. Исследованы условия принадлежности сфере влияния одного из кругов каждой из указанных замечательных точек треугольника центров.

Поскольку ключевые особые точки треугольника являются решениями экстремальных задач, а рассматриваемая функция расстояния естественно возникает в связи с задачей об оптимальном обходе круга, то результаты работы, по сути, указывают на незаметную, на первый взгляд, связь между собой разных оптимизационных задач для треугольника. В дальнейшем планируется исследовать условия принадлежности сфере влияния одного из кругов произвольной точки плоскости, заданной своими декартовыми или барицентрическими координатами.

ТОЖДЕСТВА МОНОИДА ПЕРКИНСА И ЗАДАЧА ТЫСЯЧЕЛЕТИЯ

Михайловский Дмитрий Владимирович (Санкт-Петербург, школа №564, 10 класс)

Руководитель: Кублановский Станислав Исакович, доктор физико-математических наук, Директор ТПО «Северный Очаг»

Задачи тысячелетия составляют семь математических задач, охарактеризованных как «важные классические задачи, решение которых не найдено вот уже в течение многих лет». За решение каждой из этих задач институтом Клэя предложено вознаграждение в 1000000 долларов США. Одной из таких задач является задача, связанная со сложностью алгоритмов. Среди этих алгоритмов выделяются алгоритмы, которые решают задачу за полиномиальное число шагов от числа входных данных. Множество таких алгоритмов обозначается буквой P. Другим известным классом задач являются алгоритмы с полиномиальной проверкой ответа. Если получен ответ задачи, то этим алгоритмом можно проверить, что это является решением. Класс таких задач обозначается как NP. Одной из задач тысячелетия является задача и совпадении этих классов P =? NP. Впервые этот вопрос был поставлен Стивеном Куком в 1971 году и Леонидом Левиным в 1973 году. В 2005 году математики Сейф и Сцабо доказали эквивалентность этой задачи тысячелетия и задачи проверки выполнимости тождеств на так называемом моноиде Перкинса. А именно, если задача проверки тождества на моноиде Перкинса может быть решена за полиномиальное время, то класс P равен NP. **Моноид Перкинса** устроен просто: это моноид матричных единиц, нулевая и единичная матрицы относительно умножения матриц. Первые 5 элементов образуют так называемую **полугруппу Брандта**. **Тождеством** называется пара слов (над счетным алфавитом) от не коммутирующих переменных, соединённых знаком равенства. Тождество выполняется в некотором моноиде (полугруппе), если при любых значениях переменных из этого моноида оно обращается в верное равенство. В 1970-ые годы группой математиков был найден полиномиальный алгоритм проверки тождеств полугруппы Брандта. Но для моноида Перкинса этот вопрос открыт до сих пор. В этой работе рассматривается вопрос поиска такого алгоритма. Основным результатом является доказательство существования этого алгоритма для **циклических тождеств**. **Циклическим тождеством** будем называть тождество, у которого слова начинаются и заканчиваются одной и той же буквой. Такую букву будем называть **циклической буквой** этого тождества.

Доказательство основано на описании тождеств от двух переменных на моноиде Перкинса, полученных автором, и на описании тождеств, выполняющихся в полугруппе Брандта, сформулированных в работе Нормана Рейли.

Основным результатом работы является **теорема**: *Циклическое тождество с числом переменных меньше 4 выполняется в моноиде Перкинса тогда, и только тогда, когда выполняются два условия: тождество выполняется в полугруппе Брандта и тождество, получаемое при вычеркивании всех вхождений циклической буквы в словах* u *и* v*, выполняется в моноиде Перкинса,* и **гипотеза**: *Это утверждение справедливо для всех циклических тождеств.*

Данное утверждение уменьшает сложность проверки циклических тождеств на моноиде Перкинса, что в будущем может помочь для получения полиномиальной сложности проверки любого тождества на моноиде Перкинса.

Звёздчатые многоугольники

Молькова Анастасия (Москва, ГБОУ «ЛГК на Юго-Востоке

(Московский Химический Лицей (1303))», 7 класс

Руководитель: Дронзик Анна Борисовна, старший преподаватель МПГУ

Сначала дадим необходимые определения.

Звездчатый многоугольник – одна или более ломаных, возможно с самопересечениями, у которых равны все звенья и углы, а вершины расположены в вершинах правильного многоугольника. Если ломаная одна, то звездчатый многоугольник называется простым, если несколько — составным. Обозначим вершины многоугольника V_1, V_2, …, V_i, …, $V_{N.}$ Назовём звёздчатый N-угольник N-угольником типа К, если в нём для любого i вершины V_i и V_{i+k} , и только они, являются смежными.

Сет – часть звёздчатого многоугольника, являющаяся замкнутой ломаной.

Уголок - внутренний угол в многоугольнике, градусная мера которого меньше развернутого.

Звездчатый N-угольник – звездчатый многоугольник с N уголками.

В работе разобрано, сколько звездчатых N-угольников существует, содержатся теоремы о градусных мерах их углов и приведена гипотеза (и подтверждающие ее соображения) о количестве способов разбиения составного звездчатого N-угольника на сеты.

В ближайшее время автор планирует исследовать связь звездчатых многоугольников и спирографа.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МЕСТО ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ, СУММА ПРОИЗВЕДЕНИЙ КВАДРАТОВ РАССТОЯНИЙ ОТ КОТОРЫХ ДО ДВУХ ДАННЫХ ТОЧЕК НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА РАВНА ПРОИЗВЕДЕНИЮ ЭТИХ РАССТОЯНИЙ НА ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЕ ЧИСЛО

Назаров Даниил Вадимович (Новосибирская обл., г. Новосибирск, МАОУ Гимназия №11 «Гармония», 9М класс)
Руководитель: Ковшова Юлия Николаевна, канд. пед. наук, доцент, ФГБОУ ВО «НГПУ»

Вопрос о геометрических местах точек (ГМТ) М, связанных с двумя данными точками F1 и F2 на плоскости соотношением вида $aMF_1^2 + bMF_2^2 = cMF_1MF_2$, где a, b, c – действительные числа, и их классификации в форме, представленной в данной работе, в доступных источниках не рассматривался. Отдельно рассматриваются только некоторые из них, в основном представляющие собой частные виды кривых 2-го порядка. Исследование всевозможных таких ГМТ и их подробная классификация – цель данной работы. Задачи: 1) вывести уравнения указанных ГМТ; 2) построить графики полученных уравнений (если это возможно); 3) составить классификацию линий указанного вида.

Методы исследования: аналитический (вывод и исследование уравнений), графический (построение и исследование графиков), геометрический (построение и анализ фигур, удовлетворяющих условиям ГМТ). Для преобразования некоторых выражений и построения графиков использовалась база знаний и набор вычислительных алгоритмов Wolfram|Alpha(wolframalpha.com).

Основные результаты. Выведены уравнения следующих ГМТ: 1) сумма квадратов расстояний от которых до двух данных точек, равна произведению этих расстояний; 2) модуль разности квадратов расстояний от которых до двух данных точек равен произведению этих расстояний; 3) сумма квадратов расстояний от которых до двух данных точек, равна удвоенному произведению этих расстояний. Представлены графики (если возможно изображение на действительной плоскости). Рассмотрены случаи, когда сумма произведений квадратов расстояний, от которых до двух данных точек на действительные числа, a и b, равна произведению этих расстояний на действительное число c, где $abc \neq 0$ и $abc = 0$ для различных возможных знаков чисел abc. Классификация (характеристика линий в зависимости от знаков, a, b, c) представлена в таблице.

Результаты исследования можно использовать при решении ряда задач, например, систем уравнений (в частности, графическим методом), на построение, а также в дизайне. Перспективы исследования: более подробное изучение свойств полученных линий 4-го порядка и возможностей их практического применения.

О ВЫЧИСЛЕНИИ ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Нехаева Я.И., Южный ФО, Республика Крым, г. Симферополь, МБОУ СОШ №13

Руководитель: Третьяков Д.В., канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры алгебры и функционального анализа Крымского Федерального Университета им. В.И. Вернадского

Постановка задачи. Как отмечал Гельфанд С.И. в работе задача вычисления корней полиномиальных матричных уравнений представляется классической, однако при поиске соответствующей литературы им ничего не было найдено даже в случае квадратного уравнения. В последнем случае в были найдены решения таких уравнений. Поэтому задача вычисления даже частных решений произвольного полиномиального матричного уравнения представляет определѐнный научный интерес. Тем более, что такие решения можно использовать для составления общих решений некоторых матричных уравнений, например, рекуррентных матричных уравнений с постоянными числовыми коэффициентами.

Методы, использованные автором. При решении сформулированной задачи использовались методы теории матриц и алгебраических уравнений.

Основные результаты. Автором предложен метод нахождения частных решений полиномиального матричного уравнения произвольной степени с постоянными числовыми коэффициентами. Решение ищется в виде суммы двух матриц, одна из которых – произведение двух матриц порядков $n\times k$ и $k\times n(1\leq k<n)$ соответственно, а вторая – скалярная матрица. Задача сводится к системе двух уравнений: первое – матричное более низкого порядка, второе - алгебраическое.

Заключение и возможные пути развития задачи. Метод определения частных корней является решением поставленной задачи, его можно в дальнейшем попробовать обобщить на полиномиальные матричные уравнения с попарно коммутирующими матричными коэффициентами и найти некоторые приложения этого метода, например, в экономике и в задачах гашения колебаний.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Обобщенные тождества Якоби и Якобиевы элементы группового кольца симметрической группы

Новиков Савелий Александрович (Ленинградская обл., Санкт-Петербург, ГБОУ СОШ 564, 10М класс)
Научный руководитель: Иванов Сергей Олегович, кандидат физ.-матем. наук, сотрудник Лаборатории им. П.Л.Чебышева.

Алгебра Ли – объект из абстрактной алгебры, который естественно возникает в теории групп Ли, комбинаторной теории групп, квантовой физике и других областях алгебры, геометрии и физики. С любой группой Ли можно связать какую-то алгебру Ли, которая полностью отражает локальную структуру исходной группы. Алгебра Ли – это векторное пространство вместе с билинейной операцией [-,-], которая называется скобкой и удовлетворяет соотношениям
1) $[x,x]=0$
2) $[x,y,z] + [y,z,x] + [z,x,y] =0$,
где по определению $[x_1,\dots,x_n]=[[x_1,\dots,x_{n-1}\}],x_n]$. Второе тождество называется тождеством Якоби. Заметим, что сумма
$[x_1, x_2, x_3, x_4] + [x_2, x_3, x_4, x_1] + [x_3, x_4, x_1, x_2] + [x_4, x_1, x_2, x_3]$
не обязательно равна нулю в произвольной алгебре Ли. Но есть более сложное тождество на четырёх буквах, которое выполняется в произвольной алгебре Ли:
$[x_1, x_2,x_3,x_4] + [x_2, x_1, x_4, x_3] + [x_3, x_4, x_1, x_2] + [x_4, x_3, x_2, x_1] = 0$.
Это говорит о том, что тождества от нескольких букв, которые обобщают тожества Якоби, устроены довольно сложно. В работе Ильи Алексеева ``Высшие тождества Якоби" ([1]) автор занимался изучением так называемых Якобиевых множеств, то есть под-множеств в группе перестановок S_n, которые порождают тождества в алгебрах Ли подобные тождеству Якоби. Он исследовал их фундаментальные свойства и построил серию тождеств $T_{k,l,n}$ в алгебрах Ли, где $T_{1,2,3}$ - это обычное тождество Якоби. Но полного описания всех Якобиевых подмножеств он не нашел. Нашу работу можно считать продолжением работы Ильи Алексеева. Мы задаёмся более общим вопросом, и, используя этот ответ, продолжаем исследование Якобиевых подмножеств. А именно, мы определяем понятие Якобиева элемента в групповом кольце симметрической группы и описываем это множество на языке линейных уравнений на коэффициенты при элементах симметрической группы. После чего, используя это описание, мы описываем все Якобиевы подмножества для $n=4$.
Каждый элемент a группового кольца $Z[S_n]$ является линейной комбинацией перестановок с целыми коэффициентами.

В работе были использованы математические определения связанные с абстрактной алгеброй также были введены некоторые собственные обозначения.

Первый основной результат работы заключаются в явном описании Якобиевых элементов группового кольца на языке линейных уравнений на коэффициенты a(s). Второй основной результат заключается в полном описании Якобиевых подмножеств для $n=4$.

Эта работа может быть полезна в будущих исследованиях в некоторых областях математики и физики. Развитием проблемы может быть дальнейшее исследование якобиевых элементов, использование этого языка для описания абсолютно всех Якобиевых подмножеств.

БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС
Санкт-Петербург, 30 января - 2 февраля 2017 года

Геометрические миниатюры вокруг биссектрис параллелограмма

Парфенюк Анна Ильинична (город Брест, ГУО «Гимназия №1 г. Бреста», 9 класс)
Руководитель: Речкина Валентина Ивановна, учитель математики высшей категории

Исследования были направлены на изучение свойств биссектрис параллелограмма, вывод формул площадей геометрических фигур, образующихся при пересечении биссектрис с различными элементами параллелограмма. В ходе работы была выдвинута гипотеза о том, что геометрическим местом точек пересечения биссектрис параллелограмма, прилежащих к каждой его стороне, является полуокружность, а прямоугольник, образованный при пересечении биссектрис четырех углов параллелограмма с фиксированными длинами сторон в зависимости от изменяющегося угла подвергается деформации, его площадь изменяется в зависимости от изменения угла параллелограмма. В связи с этим я задалась целью вывести формулы ГМТ пересечения биссектрис параллелограмма.

В ходе проведенных исследований я строила в декартовой системе координат ряд параллелограммов, отличающихся только величиной угла. Анализ возникших в ходе построений закономерностей позволил выдвинуть рабочую гипотезу. Обобщение по геометрическим местам точек пресечения биссектрис, прилежащих к каждой стороне параллелограмма, было представлено на одном рисунке, а результаты занесены в таблицу. Для вывода формул площадей многоугольников, на которые разбивают биссектрисы параллелограмм и поиска отношений этих площадей к площади исходного параллелограмма, были использованы открытые и доказанные свойства биссектрис параллелограмма в моей предыдущей работе «Биссектрисы параллелограмма, их свойства и возможное практическое применение» (некоторые материалы этой работы представлены в приложении). Затем по аналогии были проведены исследования объемов фигур, образованных при пересечении биссекторных плоскостей с различными элементами прямоугольного параллелепипеда.

В результате мне удалось вывести формулы площадей, на которые разбивают биссектрисы параллелограмм, найти их отношение к площади исходного параллелограмма, подтвердить выдвинутую гипотезу и вывести формулы ГМТ точек пересечения биссектрис, прилежащих к каждой стороне параллелограмма. В связи с этим, незатруднительным был вывод формулы площади центрального прямоугольника, которая, как оказалось, изменяется при деформации прямоугольника и зависит от угла исходного параллелограмма. Мне удалось и вывести формулы объемов призм и параллелепипедов, которые образуются при пересечении биссекторных плоскостей сторон и диагональных сечений прямоугольного параллелепипеда.

Таким образом, эта работа позволила приобщиться к достаточно специфическому виду учебной деятельности, сформировать общезначимые умения для проведения учебных исследований. В дальнейшем я бы хотела направить усилия на поиск задач, в том числе и олимпиадной тематики, решения которых упрощали бы найденные свойства биссектрис и площадей фигур, на которые эти биссектрисы разбивают параллелограмм, поиск возможного практического применения.