



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Дифференциация болезней методом булевых функций

«Математика»

Утёмлисова Анна Николаевна, Тишин Владимир Викторович (научный руководитель, доцент), место выполнения работы: дома

В медицинской практике для правильной постановки диагноза болезни приходится рассматривать ряд симптомов, проводить исследования: ЭКГ, ФГС, анализы крови, и пр. Всё время встаёт практический вопрос: как поставить правильный диагноз и наметить путь лечения, используя наименьшее количество всевозможных анализов, процедур и пр., для ускорения и удешевления процесса лечения больного. В некоторых сложных случаях, когда количество симптомов велико, а каждый анализ может быть очень недёшев, установить «на глаз» оптимальный план исследования и лечения может быть затруднительно. Помочь в решении таких задач могут методы дискретной математики, а именно, математический аппарат булевых функций.

С целью изучения возможностей, позволяющих минимизировать число симптомов, необходимых для идентификации заболеваний, в работе использован метод дискретной математики, а именно, математический аппарат булевых функций.

Благодаря использованию в работе метода дискретной математики, постановка различных заболеваний в медицине значительно упрощается, что достигается путём нахождения минимального теста и определения некоторых различных координат.

В работе рассмотрен метод, не применявшийся в медицине ранее, позволяющий минимизировать число симптомов, которые нужно рассмотреть для идентификации заболеваний, что может иметь большое практическое значение. С помощью данной методики можно решать и другие задачи: например, определить минимальный набор анализов и исследований для однозначной идентификации болезни и её лечения.

Список литературы:

1. В.В. Тишин. Дискретная математика в примерах и задачах. БХВ-Петербург, 2016; 156-180
2. Н.Р. Палесв. Справочник врача общей практики Том 2 ЭКСМО-Пресс, 2001; 230:234



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Обобщение независимого соотношения между расстояниями в окружности

«Математика»

Чуб Илья Евгеньевич, Нириян Людмила Владимировна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: в школе

Известно о различных необычных соотношениях между элементами геометрических фигур. Моё исследование посвящено поиску новых свойств и их возможному обобщению. Я обратил внимание, что многие из них носят лишь вычислительный характер. И лишь немногие независимы. Например, если правильный n – угольник $A_1 \dots A_n$ вписан в окружность радиуса R , а X – произвольная точка этой окружности, то $A_1X^4 + \dots + A_nX^4 = 6nR^4 = \text{const}$. Однако все такие соотношения рассмотрены чаще для правильного многоугольника, вписанного в окружность. А вот для описанного вокруг нее существует не так много соотношений, тем более - независимого характера. Понимая, что таких соотношений наверняка может быть больше, я начал свои поиски, которые привели меня к обобщению уже известного независимого соотношения для произвольной точки окружности, вписанной в правильный треугольник, на произвольные многоугольники. Кроме того, это обобщение удалось осуществить и на известные пять пространственных правильных многогранника.

В ходе исследования были применены методы сопоставления и анализа имеющихся знаний о рассматриваемых точках, поиска новых свойств геометрических фигур через программу "Геогebra", дающую результаты, достаточные для выдвижения гипотез, а затем и математическое моделирование для получения необходимого результата.

В результате установлено, что известное независимое свойство расстояний от произвольной точки окружности, вписанной в правильный треугольник, до его вершин можно обобщить и для произвольного правильного многоугольника, что и было выполнено. Выведена обобщенная формула, изучены тенденции изменения числовых характеристик полученного обобщенного соотношения. Аналогичные рассуждения были применены и для обобщения рассматриваемой суммы для пяти правильных выпуклых многогранников и точек сферы, вписанной в них.

Считаю, что полученные результаты могут быть использованы, например, при нахождении расстояний до недоступных точек, причём с максимальной для этого точностью. Ведь достаточно вычислить величину численного значения этого соотношения для удобного (доступного) расположения точки на окружности, сфере, и полученное значение будет «работать» и на недоступный вариант.

Список литературы:

1. Прасолов В.В., Задачи по планиметрии, 2001г.
2. Кудин А., журнал «Математика», Издательский дом «1 сентября», № 6, 1999г.
3. Сканава М.И., Сборник задач по математике для поступающих в вузы.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Новая магия квадратов

«Математика»

*Поплавин Никита Дмитриевич, Нирян Людмила Владимировна (научный руководитель, учитель математики),
место выполнения работы: в школе*

Знакомясь с миром различных математических редкостей, я обратил внимание на то, что он так называется по праву. Довольно мало таких соотношений, в которых красота построения соседствует с математическим правилом. Два фактора (детская головоломка и справочник по математике) навели меня на мысль: а почему бы не попробовать самому что-нибудь придумать, чтобы пополнить ряд этих замечательных математических красот. Я решил найти новый вид так называемой магии квадратов, для начала размерностью 3×3 . Поэтому и была поставлена следующая задача: изучить возможность существования и поиск всех таких троек трехзначных чисел, в записи которых каждая цифра (кроме нуля) встречается только один раз и эти числа подобраны по какому-то математическому правилу. В моем случае это- квадраты, в которых по горизонталям читались трёхзначные квадраты целых чисел, кубы натуральных чисел, а также трехзначные простые числа.

Используя известные методы изучения и сопоставления уже имеющихся видов магических квадратов, анализируя полученные знания, удалось смоделировать новый вид так называемой "магии" и дать исчерпывающий ответ о существовании квадратов с новыми открытыми свойствами.

Обнаружено, что среди всех двадцати двух трехзначных чисел - квадратов целых чисел, существует единственная тройка чисел, составленных из всех девяти цифр (кроме нуля). Среди пяти имеющихся трехзначных кубов натуральных чисел такой тройки не существует. А из 143 трехзначных простых чисел удалось собрать 136 таких наборов (без учета их возможной перестановки).

Итак, задача поиска квадратов 3×3 с новыми закономерностями (так называемой магией) была успешно решена. И у нее имеется возможное продолжение, поскольку ничто не мешает рассматривать теперь квадраты с большими размерностями, и, даже, пространственные кубы. А значит, что в копилке математических редкостей (таких, например, как: $48 * 159 = 7632$, где каждая цифра, кроме нуля, повторилась только один раз) появились свои новые представители.

Список литературы:

1. Выгодский М.Я., Справочник по элементарной математике, М.: Наука, 1976г.
2. Источник: <http://uchim.org/matematika/tablica-prostyx-chisel>
3. Постников М.М., Магические квадраты, Издательская группа URSS, 2010г.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Точки

«Математика»

Шамсутдинов Артём Анварович, Абрамов Ярослав Владимирович (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: в школе и дома

Цель нашего проекта выработать беспроигрышную тактику. Термины: Окружение – это ограждение точек соперника своими точками. Вилка – это ситуация, в которой игрок нападает сразу на две точки или две группы точек и защитить их обе нельзя. Так же существуют термины, обозначающие тактики о которых мы тоже будем говорить: Сплошные стенки (тактика защиты) – самая простая тактика. В этой тактике игрок ставит точки с 1 клетку разницы от предыдущей. Обычно ей пользуются только новички, потому что ей можно победить только соревнуясь против этой же тактики. Абстрактные цепи (тактика нападения) – точки ставятся с большим размахом (насколько позволяет опыт игрока). Такой тактикой можно захватить большие группы точек. Так же, редко, но бывает такая ситуация, как лессенка – это случай, в котором игрока соперник окружает так, что он может поставить ему вилку, но до его окружения остаётся 1 ход. Игрок защищается, но атакующий опять возвращает ситуацию (иначе лессенку прорвут вилкой). Вся эта ситуация выглядит, как равномерная лессенка (отсюда и название). Заземление – сопряжение стенок точек с границами (или границей) игрового поля. Заземленные точки и стенки точек не могут быть окружены.

Для доказательства теории существования беспроигрышной ситуации использовали простые логические суждения. Также для создания тестовой программы мы использовали язык программирования pascal. Для теста тактик на реальных игроках мы заходили на игру точки онлайн. Многие партии мы записывали, после чего анализировали их и делали выводы для техник игры. Также мы смотрели на свойства игры “Точки” и пытались вывести новые теории, доказывая их.

Наши результаты: мы вывели и доказали формулу существования беспроигрышной тактики: если у одного игрока не существует беспроигрышной тактики, то тогда его соперник может всегда его побеждать. Ещё мы нашли тактики заземления в разных положениях игры. Нашей главной целью проекта является разработка беспроигрышной тактики в игре. Мы не придумали такой тактики, но пытаемся приблизиться к ней как можно ближе. Мы разрабатываем бота на основе тактики абстрактных цепей, одной из эффективнейших тактик.

В итоге мы поняли, что главная цель проекта для нас почти недостижима, но другие подпункты вполне могут реализоваться. Цели на будущее: проанализировать больше партий и придумать беспроигрышную тактику, запрограммировать бота и выложить онлайн, на основе игры “Точки” придумывать и доказывать теории (они могут подходить и к другим аналогичным играм с двумя игроками). Попробовать продвинуть игру “Точки” на 3 – мерном игровом поле.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Лента Мёбиуса и ее загадки

«Математика»

Сироткина Дарья Леонидовна, Болотникова Марина Владимировна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: МБОУ "Школа №41"

Теоретическая часть состоит в том, чтобы обобщить мнения ученых и выдвинуть свое личное отношение к данному предмету. В ходе исследования анализируются особенности применения и необычность геометрической поверхности. Большой интерес составляет то, что у этой фигуры только одна поверхность. Практическая ценность - в том, чтобы доказать гипотезы ученых в виде экспериментов. А также продемонстрировать особенности этой фигуры. Цель: Изучить свойства ленты Мебиуса, опытно-экспериментальным путем проверить их и найти, где они используются. Предмет исследования: Лента Мебиуса – как модель односторонней поверхности. Объект исследования: Лента Мебиуса, ее свойства и использование. Задачи: • собрать информацию об истории возникновения ленты Мебиуса; • изучить топологические свойства ленты Мебиуса; • провести эксперименты с лентой Мебиуса; • проверить опытно-экспериментальным путем свойства ленты Мебиуса; • проанализировать полученную информацию по данному вопросу; • показать использование ленты Мебиуса в жизни.

В данной работе использовались следующие методы исследования: анализ, синтез, наблюдение, эксперимент, сравнение.

Проводя эксперименты, мы и увидели удивительные превращения ленты. Можно, конечно, провести еще немало опытов с перекручиванием ленты на четыре оборота, на пять, на шесть и с последующим разрезанием кольца вдоль посередине, и на расстоянии в $1/3$ ширины от края, и в $1/4$... Но усложнение эксперимента часто не приводит к более эффектным результатам. Недаром говорится: "просто, как все гениальное". Видимо, верно и обратное утверждение: "гениально, как все простое".

Выполняя данную работу, получены следующие знания: 1.Лента Мёбиуса - односторонняя поверхность; 2.Лента Мебиуса – обладает замечательными свойствами, проверенными экспериментально: это односторонняя поверхность, непрерывность, связность, ориентированность, хроматический номер; 3.Лента Мёбиуса - используется в науке, технике, искусстве и быту; 4.Лента Мебиуса – объект развлечения

Список литературы:

1. Гарднер М., «Математические чудеса и тайны» М:Наука,1986;
2. Квант:научно-популярный журнал.– 1975,№ 7;1977,№ 7;
3. Смирнов С. Г. Библиотека «Математическое просвещение».–Вып. 27.–М.: МЦНМО,2003



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Новые сюрпризы "блуждающей" точки

«Математика»

Владимиров Андрей Евгеньевич, Нирян Людмила Владимировна (научный руководитель, учитель математики),
место выполнения работы: в школе

Началом исследования послужило знакомство с необычным свойством правильного треугольника, которое заключается в том, что если из точки M , лежащей внутри правильного треугольника ABC , опущены перпендикуляры MP , MQ и MR на стороны AB , BC и CA соответственно, то $AP^2 + BQ^2 + CR^2 = PB^2 + QC^2 + RA^2$ и $AP + BQ + CR = PB + QC + RA$. Интересным показался вопрос о возможности переложения этого свойства на произвольные правильные многоугольники. Кроме того, заинтересовало возможное равенство суммы площадей так называемых «арбелосов» и суммы площадей полукружностей, построенных на отрезках - частях сторон не только правильного треугольника, но и произвольного правильного многоугольника. Далее была поставлена задача рассмотрения вопроса о возможном равенстве сумм площадей получаемых частей сегментов. Более того, намечена цель: некоторым из имевшихся и полученных свойств найти свое практическое применение.

Анализируя известные свойства внутренних точек правильного треугольника, сопоставив с полученными опытным путём данными, моделируя возможные новые свойства, в ходе исследования установлено, такие свойства действительно существуют, а одно из известных было обобщено на произвольные правильные многоугольники. Более того, некоторым из вновь полученных свойств найдено практическое применение.

Свойства рассматриваемой точки переложены на произвольные правильные многоугольники. Получен ответ на вопрос о сравнении сумм площадей так называемых «арбелосов» с суммой площадей полукружностей, построенных на отрезках - частях сторон правильного треугольника. Показано решение практической задачи: на отрезке определённой длины построить n однотипных фигур, суммы площадей, периметров которых, считая через одну, будут равны.

Поиск новых свойств внутренней точки правильного треугольника, обобщение известного свойства об основаниях перпендикуляров, опущенных на стороны этого треугольника из произвольной внутренней его точки, на все виды правильных многоугольников, изучение вопроса о практическом применении полученных свойств, стали успешными. У исследования есть продолжение, связанное с изучением вопроса о суммах длин дуг описанной окружности.

Список литературы:

1. Выгодский М.Я., Справочник по элементарной математике;
2. Леман И., Увлекательная математика;
3. Прасолов В.В., Задачи по планиметрии, М.: Московский центр непрерывного математического образования.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Метод Монте-Карло

«Математика»

Бородулина Анастасия Дмитриевна, Бондаренко Михаил Анатольевич (научный руководитель, Магистр), место выполнения работы: В школе, дома

Метод Монте-Карло оказал и продолжает оказывать существенное влияние на развитие методов вычислительной математики (например, развитие методов численного интегрирования) и при решении многих задач успешно сочетается с другими вычислительными методами и дополняет их. Его применение оправдано в первую очередь в тех задачах, которые допускают теоретико-вероятностное описание. Это объясняется как естественностью получения ответа с некоторой заданной вероятностью в задачах с вероятностным содержанием, так и существенным упрощением процедуры решения. Целью работы являлись: 1) Изучение метода Монте-Карло и его основ, области применения данного метода. 2) Проверка эффективности метода его применения на различных примерах. Для достижения целей были поставлены задачи: 1) Написание программ в среде Pascal 2) Получение данных на основе проведённых испытаний и их анализ. 3) Определение преимуществ и недостатков.

В своём исследовании я использовала такие методы, как теоретический анализ темы исследования, работа с интернет источниками, эксперимент по определению эффективности предложенного метода, анализ и обобщение исследования.

В процессе исследования были написаны программы в среде Pascal, подтверждающая эффективность данного метода.

Было доказано, что метод Монте-Карло позволяет успешно решать математические задачи, обусловленные вероятностными процессами, а его применение часто можно увидеть в области экономики, при расчёте систем массового обслуживания, расчёте качества и надёжности изделий, в теории передачи сообщений, а также при решении задач вычислительной математики.

Список литературы:

1. Сайт <http://textarchive.ru/c-2696283.html>
2. Сайт <http://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/chislennye-metody-iu-ia-katman/2-5-vychislenie-opredelennykh-integralov-metodami-monte-karlo>
3. Сайт <http://ilib.mccme.ru/plm/ann/a46.html>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Применение теории клеточных автоматов при моделировании городских систем на примере г. Высокое

«Математика»

Кондратюк Мария Владимировна, Лещинский Александр Николаевич (научный руководитель, Учитель математики, информатики), место выполнения работы: в школе

Целью данного исследования является применение теории клеточных автоматов при моделировании развития г. Высокое. Задачи работы: 1) описать клеточный автомат, моделирующий развитие городской системы; 2) применить описанный клеточный автомат для моделирования развития г. Высокое; 3) сравнить полученные результаты с имеющимися фотоматериалами. Актуальность исследования определена выбором модели, которая бы отражала развитие городской территории. Объектом исследования является модель клеточного автомата. Предмет исследования – изменение территории города с 1795 г. по 2018 г. Клеточные автоматы представляют собой дискретные модели с некоторым набором правил для временной эволюции. Пространство разбивается на клетки. Задается начальная конфигурация и правила, по которым будет изменяться состояние клетки. Правила клеточного автомата определяют, что поместить в отдельно взятую клетку в следующий момент времени (0 или 1). Теория клеточных автоматов широко применяется в математике, физике, биологии и других науках. В настоящей работе рассмотрено применение клеточных автоматов для развития городской территории на примере города Высокое Каменецкого района Брестской области. Данная модель применима к другим населенным пунктам (необходимо указать нужную начальную конфигурацию).

Методы, используемые в работе: анализ, сравнение, моделирование. Анализировались и сравнивались картографические данные развития территории г. Высокое в период с 1795 до 2018 г. Использовался картографический материал печатных источников и интернет-сервисов (Google и Yandex карты). Моделирование развития городской территории проводилось на миллиметровой бумаге, на которую нанесли начальную конфигурацию и шаги развития территории города.

При помощи теории клеточных автоматов была построена динамика развития территории г. Высокое Каменецкого района Брестской области. Промежуточные итерации совпадали с картографическим материалом в разные периоды времени (с 1795 г. по 2018 г.). Предполагается, что продолжая итерации, можно «увидеть» как город будет выглядеть в будущем.

Созданная модель повторяет контуры современного города. Результаты работы можно использовать при проектировании дальнейшего роста территории города, строительства жилых домов, торговых объектов, учреждений образования и здравоохранения. Оптимальное расположение указанных объектов значительно может сэкономить финансовые средства, оптимизировать маршруты движения транспортных средств и сделать жизнь людей комфортной.

Список литературы:

1. Астафьев Г.Б. Клеточные автоматы
2. Патраксеев И. М. Геопространственные технологии в моделировании градостроительных систем
3. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Поиск оптимальной стратегии и компьютерная реализация игры "Мельница"

«Математика»

Наровлянская Дина Александровна, Патрикеева Ольга Вячеславовна, Старунова Ольга Александровна (научный руководитель, научный сотрудник ЦНИИ ОИЗ РАН), место выполнения работы: в школе

Цель проекта: Исследовать выигрышные стратегии и реализовать на компьютере игру "Тик-так-то".
Задачи: - Написать программу для игры двух людей на компьютере; - Написать программу для игры человека с компьютером; - Придумать выигрышную стратегию.

Для исследования оптимальной стратегии мы провели несколько десятков игр с людьми. Для реализации алгоритма мы использовали язык PascalABC.NET.

Мы написали программу для игры двух людей друг с другом. Мы написали программу для игры человека против компьютера. Придумали и реализовали на компьютере достаточно эффективную стратегию для игры компьютера с человеком.

Сейчас компьютер умеет обыгрывать противника, пользуясь всего двумя правилами. Не доказано, что эта стратегия оптимальна. В будущем нам нужно найти оптимальную стратегию и доказать, что она оптимальна.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

О некоторых группах среди числовых множеств

«Математика»

Чупагина Диана Александровна, Ковинова Юлия Николаевна (научный руководитель, Кандидат педагогических наук), место выполнения работы: в школе

Группа – непустое множество с определенной на нем бинарной операцией, удовлетворяющей определенным аксиомам (ассоциативность, существование нейтрального и обратного элементов). Коммутативная (абелева) группа – группа, в которой групповая операция является коммутативной. Нейтральный элемент бинарной операции – элемент, который оставляет любой другой элемент неизменным при применении этой бинарной операции к этим двум элементам. Основной задачей моего проекта является нахождение числовых множеств, которые являются группами. В ходе работы мною задавались числовые множества, а затем проверялись на то, являются ли они группами. Актуальность моей исследовательской работы заключается в том, что изучение математических групп важно для дальнейшего изучения как алгебры, так и математики в целом. В настоящее время эта наука приобретает все большее значение, а понятие группы относится к фундаментальным основам всей математики.

В ходе работы были использованы теоретический и эмпирический методы исследования.

Основная задача моей работы — найти числовые множества, которые являются группами, — выполнена. Из восьми рассмотренных мною множеств два не являются группами относительно выбранных операций. Так, например, множество положительных рациональных чисел является группой относительно операции умножения, а множество натуральных нечетных чисел вида $2k+1$ относительно этой операции группой не является. Рассмотрение данных множеств и проверка их на свойства дало общее представление о группах в математике.

В дальнейшем можно было бы рассмотреть не только числовые множества, но и множества числовых функций, что, я считаю, будет полезно для более глубокого понимания математики. Именно потому, что элементами различных множеств могут являться буквы, числа, уравнения, а также атомы и различные химические вещества, теория множеств находит свое применение в таких областях знаний, как: математика, физика, химия, экономика и многие другие.

Список литературы:

1. Группа (математика) [Электронный ресурс]: <https://matworld.ru/ponyatiya-algebry/group.php>;
2. Авдошин, С.М., Набсбин, А. А. Дискретная математика. Модулярная алгебра, криптография, кодирование, 2017
3. Гроссман, И., Магнус, В. Группы и их графы, 1971

- [illegible]



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Исследование финансовых графиков

«Математика»

*Кирюшин Анатолий Андреевич, Заводов Алексей Александрович (научный руководитель, учитель математики),
место выполнения работы: в школе*

Разобраться в графиках валютных пар. Найти закономерности на графиках. В современной экономике (математике) графики имеют большую роль, именно по этому в них нужно разбираться и уметь определять закономерности на них. Свеча - отрезок интервального графика показывающий значение в начале, значение в конце, максимум и минимум интервала. Медведи - игроки которые продают дорого, а потом выкупают дешево. Быки - игроки которые покупают дешево, а продают дорого. Постановка задачи: Написать программу, моделирующую покупку валют (считаем, что количество проигрышей всегда на один меньше чем выигрышей). Эта программа будет работать? опираясь на процент, который определяет, сколько мы выиграем или проиграем после совершения сделки. Понять, с какой вероятностью работает одна из стратегий.

Я написал программу, которая может проверить сколько раз можно сыграть на данном коэффициенте. Также я сделал график зависимости x от y , где x - это проценты, а y - это количество выигрышей. Ещё я изучил работу стратегии в ручную обводя совпадения и не совпадения.

Написана программа определяющая сколько раз можно сыграть на данном коэффициенте. Сделан график зависимости x от y , где x - это проценты, а y - это количество выигрышей. Изучена работа стратегии и выяснено с какой вероятностью она работает.

То что я сделал служит основой понимания экономики ведь финансовые графики это её неотъемлемая часть. Изучить больше стратегий, и научиться быстро их определять на графике работающем в настоящее время. Написать бота который автоматически будет определять признаки одной из стратегий.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Оптимальность алгоритма Евклида при поиске наибольшего общего делителя чисел

«Математика»

*Слезко Екатерина Борисовна, Слезко Ирина Викторовна (научный руководитель, канд. физ.-мат. наук, доцент),
место выполнения работы: Государственное автономное общеобразовательное учреждение Тюменской области
"Физико-математическая школа"*

Задачей данного научно-практического исследования является применение статистических методов анализа для сравнения эффективности различных способов нахождения наибольшего общего делителя чисел. Методы статистического анализа широко используются в различных областях научного знания, например, в решении прикладных задач математики, экономике, биологии и др. В связи с этим актуальность данной работы заключается в популяризации методов статистического анализа для сопоставления показателей, измеренных в двух разных условиях на одной и той же выборке испытуемых. Ключевые определения и термины: наибольший общий делитель чисел, разложение числа на простые множители, алгоритм Евклида, статистическая гипотеза, статистический критерий, Т-критерий Вилкоксона, угловое преобразование Фишера.

Для поиска НОД чисел были использованы следующие методы: разложения на простые множители и последовательного деления (алгоритм Евклида) [Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел для математических школ]. Для проверки статистических гипотез о достоверности различий между длительностями попыток поиска НОД разными методами использовались Т-критерий Вилкоксона и угловое преобразование Фишера [Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии].

Проведено хронометрирование длительности попыток при поиске НОД 2-мя методами среди учащихся 6-го класса и студентов 3-го курса. Сравнительный анализ результатов позволил выдвинуть гипотезу различий длительности попыток поиска НОД разными методами, которая была подтверждена статистическими критериями. В работе впервые проведена статистическая оценка оптимальности применения алгоритма Евклида в сравнении с методом разложения на простые множители и статистически доказана его большая эффективность, целесообразность применения.

В своих исследованиях ученики редко используют статистический анализ, считая его методы громоздкими и сложными для понимания. Однако статистический анализ является мощным аппаратом для сравнения уровня/ей признака в разных выборках, замеров в двух и более разных условиях на одной выборке. Значимым результатом работы можно считать успешную демонстрацию использования статистических методов в научных исследованиях и проектной деятельности школьника.

Список литературы:

1. Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел для математических школ;
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел;
3. Орс О. Приглашение в теорию чисел;
4. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии;
5. Стиллвелл Дж. Математика и ее история.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Тетрамино

«Математика»

*Фокаиди Виктор Николаевич, Заводов Алексей Александрович (научный руководитель, Учитель Математики),
место выполнения работы: Москва*

Тетрамино это фигурки состоящие из 4 клеток или кубиков соединённых по сторонам или граням. Мне нужно было изучить свойства тетрамино чтобы помочь решить задачи на клеточные фигуры (не только мне, но и другим), и для заработка на игре. 1. Доказать, что можно замостить любой квадрат используя хотя бы один видом тетрамино; 2. Создать алгоритм для замощения примерно одинаковым или же одинаковым количеством видов тетрамино (всего видов пять тогда в одном квадрате должно быть x, x, x, x, x штук или же $x, x, x, x, x+1$ или $x-1$ штук); 3. Я стал замощать кубы лишь одним видом тетрамино.

Я использовал воображение, ручку и листок бумаги. Я работал в классе или в выездных летних/зимних школах.

Я достиг больших результатов как в Евклидовой геометрии, так и в стереометрии. 1. Я полностью доказал первый пункт. 2. Со вторым пунктом, я не смог найти алгоритм, и не смог запрограммировать алгоритм. 3. Я доказал что могу замостить любой куб с (четной стороной) с помощью буквы "Г" и с помощью буквой "Т".

В заключении мой проект начнет постепенно переходить из стадии математического проекта в проект по программированию. Я планирую доделать алгоритм и создать игру.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Исследование последовательностей вида 'Look and say'

«Математика»

Деребенский Константин Евгеньевич, Заводов Алексей Александрович (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: школа

Поставленные задачи проекта: 1. Узнать и понять принцип математических последовательностей. 2. Найти и доказать некоторые утверждения в математических последовательностей. 3. Исследовать и доказать некоторые свойства последовательности "Look and say". 4. Написать программу на языке python последовательность "Look and say". 5. Узнать для чего используются последовательности вида "Look and say". 6. Узнать что значит кодировка данных.

При создании программы на python я пользовался интегрированной средой разработки для языков программирования "Pycharm". Так же при доказательстве некоторых свойств математических последовательностей я пользовался методом сравнения чисел. $>$, $<$.

Я узнал принцип математических последовательностей. Доказал некоторые утверждения математических последовательностей. Исследовал последовательность "Look and say" и ее свойства. Написал программу на python про эту последовательность.

Я хочу более четкие и понятные доказательства про некоторые утверждения в последовательности "Look and say". И изучить кодировку и архивацию данных.

Список литературы:

1. Сайт https://en.wikipedia.org/wiki/Look-and-say_sequence;
2. Сайт https://en.wikipedia.org/wiki/Run-length_encoding;
3. Сайт <http://www.nathanieljohnston.com/2010/10/a-derivation-of-conways-degree-71-look-and-say-polynomial/>.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Суммы степеней простых чисел и точные квадраты

«Математика»

Марицкая Мария Александровна, Алякин Владимир Алексеевич (научный руководитель, кандидат ф.-м. наук),
место выполнения работы: в школе

В настоящей работе исследуются диофантовы уравнения смешанного типа с суммой степеней простых чисел. А именно, ищется ответ на вопрос: при каких простых p сумма или разность степеней простых чисел является полным квадратом или точной степенью целого числа. Решение уравнений этого вида часто используется в молекулярной физике и органической химии при поиске оптимальных структур.

В работе использовались стандартные методы решения диофантовых уравнений и научное программное обеспечение.

Доказано, что показательно-степенное уравнение имеет бесконечно много решений при некоторых значениях основания степени. Получены определенные результаты в уравнениях суммы и разности, при двух и трех слагаемых, а также в ходе исследования были выдвинуты две гипотезы. В случаях небольшого числа слагаемых и малых значений p это уравнение решено полностью. Общий случай требует дальнейших исследований.

Поставленные задачи в основном выполнены. Дальнейшее направление исследования связано с увеличением числа слагаемых в рассматриваемых уравнениях. Полученные результаты могут найти применение в исследованиях по теории диофантовых уравнений, в смежных математических областях и при решении ряда физических задач.

Список литературы:

1. Деза Е.И. Спец. числа натурального ряда, М.: Либроком, 2015, 240 с.;
2. Журавлев В.М., Самовал П.И. Экспоненциальные диофантовы ур-я и суммы цифр числа. – Мат. просвещ., 2016, с.167–199.;
3. Серпинский В. О решении ур-ий в целых числах, М.: Физмат-лит, 1961



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Исследование Диофантова уравнения $y^3 - x^3 = pq$

«Математика»

Боридько Диана Юрьевна, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, доцент), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК «МАН «Искатель»

Последнее время всё большую роль в теории чисел и её приложениях, например, в криптографии играет теория диофантовых уравнений. В работе исследуется класс кубических диофантовых уравнений вида $y^3 - x^3 = pq$, где p и q - нечётные простые числа, $p < q$. Найдены необходимые и достаточные условия разрешимости этих уравнений. Результаты исследований можно применить при составлении криптографических схем. Задачи: 1) изучить свойства простых чисел; 2) разобрать решение уравнения $y^3 - x^3 = 91$; 3) изучить обобщённый вид уравнения для любой пары простых различных чисел.

При написании работы использовались методы теории чисел, связанные с решениями диофантовых уравнений.

Проведено исследование диофантова уравнения $y^3 - x^3 = pq$, где p и q - различные простые числа, на разрешимость, доказано, что в случае разрешимости уравнение имеет 2 или 4 решения, найдены формулы для решений, рассмотрены частные случаи, составлена программа для нахождения решений данного уравнения при заданных p и q , в случае разрешимости.

Исследовано диофантово параметрическое уравнение на разрешимость и найдены его решения в общем случае. Сформулированы необходимые и достаточные условия разрешимости уравнения при различных p и q . Выполнение этих условий обеспечивает наличие 2 или 4 решений. Различные примеры иллюстрируют общую теорию. Возможные пути развития моей работы: использовать полученные формулы для решений при больших простых p и q для построения новых криптографических

Список литературы:

1. С.Страшесвич Польские математические олимпиады
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел
3. Е.П.Гринько УМП МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ШКОЛЬНИКОВ К ОЛИМПИАДАМ Брест БрГУ им.А.С.Пушкина
4. Башмакова, И.Г. Диофант и диофантовы уравнения



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

О некотором свойстве определителя матрицы Якоби

«Математика»

Неситарный Владислав Вячеславович, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, Кандидат наук, доцент), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК МАН "Искатель"

Матрицы Якоби имеют многочисленные приложения, например, в теории сплайнов. В последнем случае решается система линейных неоднородных уравнений, главной матрицей которой часто является матрица Якоби. В связи с этим, важной задачей представляется задача быстрого вычисления определителя этой матрицы. Работа посвящена решению этой задачи.

При написании работы использовались методы теории определителей.

Задача, сформулированная в абзаце 1, полностью и самостоятельно решена автором работы.

Задача, поставленная в работе, полностью решена - доказаны формулы для вычисления определителя матрицы Якоби n -го порядка. Возможные пути развития задачи – доказательство формул для вычисления определителя обобщённых матриц Якоби, которые имеют, например, две наддиагонали и две поддиагонали, что также найдёт применения в теории матриц и в теории сплайнов.

Список литературы:

1. П. Ланкастер. Теория матриц. М.: «Наука», 1973, 280 с.;
2. А.Г.Курош. Курс высшей алгебры. М.:«Наука», 1962, 431 с.;
3. И.А.Мальцев. Линейная алгебра. Спб.: Издательство "Лань", 2010.- 384 с.;
4. Ф.Р. Гантмахер. Теория матриц. М.: «Наука», 2010, 558 с.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Альтернативные способы решения задач кругов и мостов Эйлера

«Математика»

*Бирцова Дина Дмитриевна, Портнягина Акулина Гаврильевна (научный руководитель, учитель математики),
место выполнения работы: МБОУ "Сырдацкая СОШ им. И.С. Портнягина"*

Актуальностью считаю то, что задачи кругов и мостов Эйлера часто встречаются на олимпиадах, в заданиях экзаменов, поэтому надо каждому давать возможность решать их. Круги Эйлера не дают конкретного хода решения, а чтобы решать задачи мостов Эйлера его способом нужно знать три правила, и каждый раз подгонять задачу под них. Для чего я разработала альтернативные способы. Для начала работы поставила себе цель - найти нестандартные способы решения задач Эйлера. Для достижения цели поставила себе задачи: 1) Изучить литературные источники по теме исследования; 2) Выявить среди задач задачи с кругами и мостами Эйлера; 3) Решить эти задачи способами Эйлера и выявить свои удобные способы решения;

Методы исследования: • Метод подбора; • Метод сравнения. Предметом исследования являются задачи кругов и мостов Эйлера, а объектом исследования - новые способы решения задач кругов и мостов Эйлера. Гипотезой моей работы считаю то, что если применять мои способы решения к задачам Эйлера, то у каждого появится доступ к ним.

Сравнение двух способов решения задач показываю на таблице. Традиционные способы. Задачи кругов Эйлера дают общую картину, образное представление, от которого составляется алгоритм решения, но не дают конкретного хода решения; Не дает возможности «поймать ошибки»; К задачам про мосты имеет 3 правила. Альтернативные способы. Является универсальной формулой для всех типов задач кругов Эйлера; Дает возможность «поймать ошибки» в составленных любителями математики задачах; Имеет один способ решения.

Практическая значимость: возможность использования составленных способов для упрощения решения задач с кругами и мостами Эйлера.

Список литературы:

1. Elkina-5.pdf-AdobeReader. Леонард Эйлер. Круги и мосты Эйлера. г. Кенгур;
2. Сборники олимпиадных задач разных лет.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Неравенство Эрмита-Адамара для MN-выпуклых функций

«Математика»

Смолова Валерия Валерьевна, Шихина Ксения Викторовна, Лапицкая Мария Евгеньевна, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, Преподаватель математики), место выполнения работы: В школе

Функцией номер анализе и его приложениях широко известно неравенство Эрмита-Адамара для выпуклых функций. В связи с появлением понятия MN-выпуклых функций возникла необходимость получить аналогичное неравенство для данных функций, а также в работе переосмыслено неравенство Эрмита-Адамара для линейных функционалов. Использованные термины MN-выпуклая функция, неравенство Эрмита-Адамара -Адамара, среднее по Колмогорову.

Методы, использованные в работе: изучение литературы, анализ, дедукция.

Получено обобщение неравенства Эрмита-Адамара для MN-выпуклой функции. Для некоторых линейных функционалов были получены соответствующие обобщения.

Основным результатом исследования является обобщение неравенства Эрмита-Адамара для MN-выпуклых функций, где M и N-среднее по Колмогорову. Дальнейшая цель исследования является обобщение данного неравенства на случай произвольных средних, например, среднее Лехмера.

Список литературы:

1. Pearce, C.E.M. P-functions, quasi-convex functions and Hadamard-type inequalities / C.E.M. Pearce, A.M. Rubinov // J. Math. Anal. Appl. – 1999 – № 240;
2. Varosanec, S. On h-convexity / S. Varosanec // J. Math. Anal. Appl. – 2007 – № 326



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Обратные тау-числа

«Математика»

Рамзайцев Даниил Алексеевич, Лещко Владимир Александрович (научный руководитель, к.п.н, доцент), место выполнения работы: ВГСПУ

Натуральное число называется тау-числом, если оно кратно количеству своих делителей. Тау-числа были введены Р. Кеннеди и К. Купером в 1990 году. Позже их свойства были подробно исследованы С. Колтоном и это было одним из первых случаев получения теоретических математических результатов с помощью компьютерной программы. В дальнейшем был получен ряд новых результатов, касающихся тау-чисел. В нашей работе рассмотрены числа, в некотором смысле, двойственные тау-числам. Назовем натуральное число n обратным тау-числом, если наименьшее натуральное число, имеющее в точности n делителей, кратно n (т. е. является тау-числом). Например, наименьшее число, имеющее ровно 20 натуральных делителей, (240) кратно 20. Поэтому 20 является обратным тау-числом. Исследовали на принадлежность к обратным тау-числам следующие классы чисел: степени простых чисел, натуральные степени с фиксированным показателем, праймориалы, факториалы.

Использовались некоторые методы аналитической теории чисел. Для построения конкретных примеров и графиков использовалось СКА maple.

Среди степеней нечетного простого числа p обратными тау-числами являются числа p^k , где $\pi(p) \leq k \leq p-1$ и только они. (Среди степеней двойки обратными тау-числами являются числа 2 и 8.) Для фиксированного натурального числа k существует бесконечно много обратных тау-чисел, являющихся точными k -тыми степенями. Все праймориалы являются обратными тау-числами. Все факториалы простых чисел являются обратными тау-числами; среди факториалов степеней двойки обратными тау-числами являются только $2!$ и $4!$

Два утверждения об обратных тау-числах представляются нам весьма правдоподобными, но на данный момент не доказаны: Асимптотическая плотность обратных тау-чисел во множестве натуральных чисел равна 0. По-видимому, при $N > 535$ количество тау-чисел на отрезке $[1..N]$ всегда больше количества обратных тау-чисел. Пусть n – обратное тау-число. Тогда $d(n)$ тоже будет обратным тау-числом.

Список литературы:

1. R. E. Kennedy and C. N. Cooper, Tau numbers, natural density and Hardy and Wright's Theorem 437, IJMMS, 13:2 (1990), pp. 383-386
2. S. Colton, Refactorable Numbers - A Machine Invention, J. Integer Sequences, Vol. 2, 1999, #2



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Об одном обобщении срединного треугольника

«Математика»

Полякова Екатерина Андреевна, Лещко Владимир Александрович (научный руководитель, к.п.н, доцент), место выполнения работы: ВГСПУ

В нашей работе рассматриваются треугольники, определенным образом сопоставленные некоторому исходному треугольнику и подобные ему. Исследовались классы треугольников, подобные треугольникам, составленным из медиан, биссектрис и высот исходного. Треугольник с вершинами на сторонах исходного треугольника, подобный исходному и такой, что его стороны отсекают от исходного равновеликие треугольники, назовем сопутствующим данному треугольнику. Изучались вопросы о существовании и количестве сопутствующих треугольников для произвольного исходного треугольника.

Использовались методы аналитической геометрии и CKA Maple.

Описаны классы треугольников, подобных треугольникам, составленным из их медиан(высот). Доказано, что неравносторонний треугольник не может быть подобен треугольнику, составленному из его биссектрис. Доказано, что для любого разностороннего треугольника существует ровно 3 сопутствующих треугольника с вершинами на сторонах исходного треугольника. Ещё один сопутствующий треугольник с вершинами на продолжениях сторон исходного существует тогда, когда исходный треугольник не подобен треугольнику из своих медиан.

Планируется связаться с автором Encyclopedia of Triangle Centers для размещения информации о сопутствующих треугольниках в энциклопедии (на сегодняшний день подобной информации там нет).

Список литературы:

1. Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев, Геометрия, часть I, М.: Просвещение, 1986
2. Kimberling, Clark Encyclopedia of Triangle Centers, URL: <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.htm>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Преобразование подобия полукватернионов, ассоциатор полуоктав и их свойства

«Математика»

Жалсыйко Никита Денисович, Суравиёва Ксения Сергеевна, Козлов Александр Александрович (научный руководитель, зав. кафедрой высшей математики), место выполнения работы: В Полоцком государственном университете

Цели работы: 1) ввести понятие операции подобия для полукватернионов и изучить ее свойства; 2) дать определение ассоциатора для полуоктав и исследовать его свойства. В 2013 г. в работе Х. Мортазаашлова и М. Джафари Введено понятие полукватерниона и действия над ними. Известно, что для множества кватернионов операция сопряжения изменяет вид кватерниона. Поэтому представляет отдельный интерес введение и рассмотрение свойств операции сопряжения во множестве полукватернионов. В 2016 г. А. Козловым было введено понятие полуоктавы и арифметических действий над ними. Одним из свойств операции умножения полуоктав явилось свойство ее неассоциативности. Поэтому представляет отдельный интерес введение и исследование свойств ассоциатора полуоктав, как меры неассоциативности. В данной работе решаются вышеуказанные задачи на основании теории гиперкомплексных чисел и теории матриц. В последнее время октавы (как и кватернионы) широко используются в теоретической и квантовой физиках, напр., при решении задач электродинамики (уравнения Максвелла), в специальной теории относительности, а также в теории струн. Полуоктавы так же могут найти своё применение в данных разделах теоретической физики.

В данной работе использовались: методы арифметики множеств действительных, комплексных и гиперкомплексных чисел, матричного анализа.

Введено понятие операции подобия и изучены отдельные ее свойства для множества полукватернионов, приведена формула для вычисления этой операции. Для совокупности полуоктав предложено понятие ассоциатора и изучены его свойства, наиболее интересным является то, что ассоциатор для двух полуоктав является аналогом оператора сопряжения. Были введены понятия нормы и обратной для полуоктавы и исследованы решения линейных уравнений над полуоктавами, а также получены условия разрешимости одной системы линейных уравнений в полуоктавах.

Введено понятие операции подобия и изучены отдельные ее свойства для множества полукватернионов, приведена формула для вычисления этой операции. Для совокупности полуоктав предложено понятие ассоциатора и изучены его свойства. Были введены понятия нормы и обратной для полуоктавы. Планируется исследование геометрического смысла преобразования подобия во множестве полукватернионов, а также введение коммутатора и изучение его свойств.

Список литературы:

1. Mortazaasl H // Mathematical Sciences And Applications E-Notes. — 2013 — Vol. 1 — № 2 — PP. 20-27
2. Козлов А.А. // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. — 2016 — №1
3. — С. 75 – 85



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Исследование последовательности Колакоски

«Математика»

Назаров Сергей Алексеевич, Заводов Алексей Александрович (научный руководитель, Учитель математики),
место выполнения работы: в школе

У меня было четыре задачи. 1 задача. Относятся ли числа x к y также, как количества чисел x к количеству чисел y в последовательности из двух чисел, т.е. $x/y = \text{кол-во } x / \text{кол-во } y$. 2 задача. Можно ли подсчитать количество чисел x в последовательности из двух чисел, при этом не генерируя её? 3 задача. Можно ли определить, чем является n -ое число в последовательности из двух чисел, не генерируя её? 1221121221221121122... 123456789. Если $n=6$, то n -ое число = 24 задача. Доказать, что существуют повторения в последовательности Колакоски. Повторения это одинаковые комбинации чисел.

Для решения задач я написал программу, используя язык программирования "Питон". Программа генерирует последовательность из любых целых чисел и подсчитывает их количества. Написанная мною программа, находится на ссылке : <https://colab.research.google.com/drive/1dLwMkf2MI84gIbOBpa-LOBKY20NnEp8w#scrollTo=tU7ImEapEEIn&uniqifier=6>.

Я доказал, что числа x и y не относятся друг к другу также, как количества чисел x к количеству чисел y в последовательности из двух чисел, т.е. $x/y \neq \text{кол-во } x / \text{кол-во } y$. Так же я сделал таблицу с данными из программы.

Пути развития задач: 1. Увеличить количество данных в таблице. 2. Понять, можно ли определить, чем является n -ое число в последовательности из двух чисел, не генерируя её? 1221121221221121122... 123456789. Если $n=6$, то n -ое число = 23. Доказать, что существуют повторения в последовательности Колакоски.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Числовая система $C(a,b,g,d)$ и её свойства

«Математика»

Муселян Ярослав Александрович, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, кандидат физико-математических наук), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК МАН «Искатель»

Цель работы: Изучить свойства числовой системы $C(a,b,y,d)$. **Задачи:** изучить понятия коммутативности, ассоциативности, обратимости операции умножения и сложения в известных системах; установить условия коммутативности операции умножения в числовой системе $C(a,b,y,d)$; установить условия ассоциативности операции умножения в числовой системе $C(a,b,y,d)$; найти нейтральный элемент относительно умножения; установить условия обратимости операции умножения в числовой системе $C(a,b,y,d)$; определить модуль и определить его свойства; определить квадратный корень; рассмотреть частные случаи системы $C(a,b,y,d)$; рассмотреть геометрические формы записи комплексных и двойных чисел. Это упростит работу над числовыми системами комплексных, дуальных, двойных чисел, которые сейчас используются в электротехнике для расчёта цепей переменного тока, нахождение корней многочленов, теория Галуа, комплексный анализ, при решении линейных дифференциальных уравнений и т.д.

В работе был использован Метод Крамера-способ решения систем линейных алгебраических уравнений с числом уравнений равным числу неизвестных с ненулевым главным определителем матрицы коэффициентов системы (причём для таких уравнений решение существует и единственно).

В работе были рассмотрены свойства числовой системы $C(a,b,y,d)$, частными случаями, которой являются комплексные, дуальные и двойные числа. Это облегчит работу с данными системами чисел.

В работе исследована система $C(a, b, y, d)$. Найдены значения параметров, которые обеспечивают операции сложения и умножения. Рассмотрен вопрос существования квадратного корня. Построенная теория проиллюстрирована на примерах известных числовых систем. Рассмотрены геометрические формы записи комплексных и двойных чисел. Это упростит действия над этой системой чисел и может быть использовано в математике, квантовой механике, электротехнике.

Список литературы:

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965-431с.;
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, 1977-496с.;



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Уравнения с параметрами и одномерные динамические системы

«Математика»

Драгунова Ксения Александровна, Гринес Вячеслав Зигмундович (научный руководитель, Профессор, научный руководитель), место выполнения работы: Национальный исследовательский университет. Высшая школа экономики.

Цель: Исследование однопараметрических семейств одномерных динамических систем в зависимости от параметра. **Задачи:** - нахождение бифуркационных значений параметра. - нахождение неподвижных и периодических орбит различных типов в зависимости от параметра (исследование уравнений с параметром).

В работе будет показано как при изменении параметра в однопараметрическом семействе, описывающих эволюцию развития популяции, появляются устойчивые неподвижные и периодические состояния. Методы, использованные в работе основываются на знаниях полученных в курсе школьной математики, а именно решение уравнений с параметром, а также решений уравнений высших степеней.

Мною было осознано, что модель Ферхюльста помогает объяснить важные закономерности, которые экспериментально были обнаружены при наблюдении эволюции различных популяций, а также даст возможность прогнозировать поведение популяций в зависимости от выбранного значения параметра динамической системы и начальной численности популяции. Данное исследование помогает школьникам в изучении биологии и математики, а именно даст возможность познать связь между биологией и математикой наглядно.

В работе было показано, как при изменении параметра в однопараметрическом семействе, описывающих эволюцию развития популяции, появляются устойчивые неподвижные и периодические состояния. Далее, будет сделана попытка установить с помощью элементарных методов существование последовательности бифуркационных значений параметра, сходящейся к параметру, при котором динамическая система, обладает бесконечным множеством периодических орбит.

Список литературы:

1. В.З. Гринес, О.В. Починка. Введение в топологическую классификацию каскадов на многообразиях размерности два и три. Москва-Ижевск. 423 с. 2011



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Точечные совокупности и арифметические прогрессии

«Математика»

Городская Людмила Александровна, Алякин Владимир Алексеевич (научный руководитель, Кандидат ф-м., доцент СамГУ), место выполнения работы: МБОУ Лицей "Технический" имени С.П.Коралова городского округа Самара

Задача. Для точечных совокупностей на прямой, на плоскости, в пространстве определить геометрическое место точек, расстояния которых до точек данной совокупности, образуют арифметическую прогрессию. Основная проблема, решаемая в работе, - может ли увеличение размерности пространства на один сделать пустое геометрическое место точек не пустым. Результаты работы имеют теоретическую значимость и могут быть использованы в разных областях.

В работе использованы стандартные методы комбинаторики, решения систем уравнений, компьютерный счет. Для нахождения геометрического места точек на плоскости использовалась программа GeoGebra.

В работе доказаны следующие теоремы: Теорема 1. Геометрическое место точек для любых трех точек на прямой не пусто. Теорема 2. Существует четыре точки на прямой, геометрическое место для которых пусто. Теорема 3. Увеличение размерности пространства на один может изменить мощность геометрического места точек.

Последняя из вышеуказанных теорем отвечает на вопрос, поставленный в задаче. Дальнейшее развитие темы связано с еще одним увеличением размерности: от плоскости к пространству. Результаты работы могут быть применены в смежных областях математики.

Список литературы:

1. Акопян А.В., Мусин О.Р. О множествах с двумя расстояниями.—Мат.просвещение. Третья серия. 2013, вып.17
2. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии.—М.: Наука, МЦНМО, 2006
3. Просанов Р. О различных расстояниях между точками на плоскости.—Квант,2016,№2



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

О числе точек на кривой в кольце вычетов

«Математика»

Печёнкин Александр Алексеевич, Мурашко Вячеслав Игоревич (научный руководитель, Старший преподаватель),
место выполнения работы: В школе.

Общая задача. Пусть $f(x,y)$ - функция от двух переменных с целыми коэффициентами. Найти или оценить число решений уравнения $f(x,y)=0 \pmod{n}$. В ходе исследования общей задачи, была поставлена также следующая задача: Задача. Пусть $f(x)$ – некоторая арифметическая функция. Найти или оценить количество возможных значений функции $f(x)$ по произвольному модулю n . Сфера использования - Широкое применение в современной криптографии.

В работе был использован методы теории сравнений по модулю n .

Полностью приведён алгоритм подсчета количества возможных значений функции $f(x)=x^m$ по модулю n для любого m , из которого было получено следствие на формулу Стангла о числе квадратичных вычетов. Полностью приведён алгоритм подсчета количества возможных значений функции $f(x)=ax^2+bx+c$ по модулю n . В качестве следствий получены решения некоторых уравнений вида $s_{-}(f(x)) \pmod{n}=a$, где a из $(n,n-1,\phi(n))$. Найдено условие, при котором функция $P(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ имеет менее чем n значений по модулю n .

В работе исследовано число возможных значений некоторых арифметических функций по произвольному модулю. Возможные пути развития задачи: 1. Исследование количества решений уравнения $g(y)-f(x)=0 \pmod{n}$, где $g(y)$ и $f(x)$ -многочлены степени 2 и выше. 2. Продолжение исследования количества возможных значений функции $f(x)$ по модулю n , где $f(x)$ - многочлен степени 4 и выше от x .

Список литературы:

1. Stangl, Walter D. Counting Squares in $\mathbb{Z}_n$ – Mathematics Magazine T.69 (4): 285-289
2. S. Finch, P. Sebah. Squares and cubes modulo n . arXiv:math/0604465v3 [math.NT] 25 Mar 2016



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Алгоритм вычисления минимального коммутаторного разложения в свободной группе

«Математика»

*Ноздрин Василий Ярославович, Иванов Сергей Олегович (научный руководитель, Кандидат физ.-мат. наук),
место выполнения работы: в школе*

Настоящая работа является продолжением моей работы 2018 года, представленной на Балтийском научно-инженерном конкурсе, а так же на ICYS и OKSEEF, и заключается она в реализации алгоритма построения минимального коммутаторного представления слов свободной группы. Особенностью данной работы заключается в том, что программа реализована на сайте <https://basilnozdrin.github.io/> и ее код является общедоступным.

В работе использовалась теорема, доказанная в работе Д.Фиалковского. Все алгоритмы были придуманы лично нами. Для реализации использовался язык java script, который был изучен специально для выполнения данного проекта.

Основным результатом является реализация алгоритмов, которые считают минимальное коммутаторное разложение.

Данная работа может быть продолжена полным анализом всех слов коммутанты длины меньше двадцати для помощи в решении проблемы поиска слова, квадрат которого обладает меньшей коммутаторной длиной, чем само слово.

Список литературы:

1. D.Fialkovski, S.O.Ivanov. Minimal commutator presentations in free groups. arXiv:1504.04261



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Разрезание плоскости

«Математика»

*Калинчук Валерия Валерьевна, Калинчук Валерий Николаевич (научный руководитель, Учитель математики),
место выполнения работы: в школе*

При современном развитии производства часто необходимо производить разрезать плоскость на различные составляющие. Разрезы проводятся по линиям сетки. Какое максимальное количество прямоугольных плиток 1×4 можно вырезать из клетчатого прямоугольника 10×10 ? Какое максимальное количество прямоугольных плиток 1×3 , 1×4 , 1×5 , 1×6 можно вырезать из прямоугольника $m \times n$. На какое максимальное количество плиток имеющих вид буквы Т можно разрезать прямоугольник $m \times n$. Чему равен при этом остаток?

В работе использована теория раскрасок. Применяются аналитические методы исследования.

В данной работе рассмотрены вопросы разрезания прямоугольника $m \times n$ на плитки 1×3 , 1×4 , 1×5 , 1×6 . По ним получены конкретные результаты. Основной результат получен, по разрезанию прямоугольника $m \times n$ на плитки имеющих вид буквы Т. Получены формулы подсчета количества остатков. Данные результаты в работе.

В исследовании получен результат по разрезанию плоскости на прямоугольники и на плитки наиболее сложного случая тетрамино.

Список литературы:

1. Прасолов, В.В. Задачи по планиметрии. – 2-е изд. – Часть II / В.В. Прасолов. – М.: Наука, 2007 – 87 с
2. Жарковская, Н.М. Геометрия клетчатой бумаги. Формула Пика / Н.М. Жарковская, Е.А. Рисс // Математика, 2009, № 17, с. 24–25



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Геометрия геодезических в дискретной группе Гейзенберга

«Математика»

Магдисов Руслан Тимурович, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, лаб-ит-иссл-тель лаб. "Современ"),
место выполнения работы: В школе

Наша работа относится к разделу математики под названием геометрическая теория групп и посвящена исследованию дискретной группы Гейзенберга. Мы находим явное геометрическое описание геодезических слов в этой группе, завершая классификацию, начатую в статье А.М. Вершика и А.В. Малютина 2017 года о бесконечных геодезических словах. Кроме того, мы описываем интересную связь между геодезическими словами и полимино на плоскости. Полученные результаты мы применяем для продвижения в открытой гипотезе о рациональности ряда геодезического роста группы с разрешимой проблемой слов.

В геометрической теории групп описание всех геодезических слов требует описания всех тупиковых геодезических слов и всех бесконечных вправо геодезических слов. Это простое соображение мы эффективно применяем в дискретной группе Гейзенберга. Мы явно описываем все тупиковые слова, приводя классификацию тупиков. Наши методы основаны на геометрическом представлении элементов дискретной группы Гейзенберга в виде ломаных на плоскости, введенное М. Шапиро.

Основным результатом работы следует считать доказательство того, что множество тупиков дискретной группы Гейзенберга является коммутантом. В геометрической модели коммутаторы соответствуют замкнутым простым ломаным. Мы выводим, что множество геодезических представителей $[a, b]^k$ равномощно с множеством минимальных по периметру ориентированных полимино площади $|k|$, которые касаются начала координат. Опираясь на уже имеющиеся научные статьи, мы завершаем геометрическую классификацию геодезических слов в дискретной группе Гейзенберга.

В геометрической теории групп вопрос о том, существует ли группа с разрешимой проблемой слов, функция роста геодезических слов в которой не будет линейно-рекуррентной, является открытым. Предполагается, что дискретная группа Гейзенберга - это пример такой группы. Благодаря нашим результатам мы выводим, что функция геодезического роста устроена сложно. Наше геометрическое описание геодезических слов даёт принципиально новый подход к вычислению этой

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Биквадратные числа

«Математика»

Коваль Александр Анатольевич, Алякин Владимир Алексеевич (научный руководитель, Доцент СНИУ им. С.П. Королёва), место выполнения работы: В школе

Основная задача: введение и изучения нового класса чисел натурального ряда. Работа имеет теоретическую значимость. Определение: Натуральное число N является биквадратным, если оно является квадратом, и при разбиении десятичной записи числа на две части (при этом части необязательно должны быть равны) они тоже являются квадратами. Определение: Биквадратное число, оканчивающееся чётным числом нулей, будем называть тривиальным. Соответственно, биквадратные числа, оканчивающиеся не на 0, будем называть нетривиальными. Определение: Биквадратное число N назовём двукратным биквадратным числом, если существует два способа разбиения десятичной записи числа N на два блока, каждый из которых является квадратом. Цель работы: Доказать бесконечность множества нечётнозначных нетривиальных биквадратных чисел.

В работе используются элементарные методы теории чисел. Также был задействован компьютерный счёт для вычисления не более чем 18-значных биквадратных чисел.

Были доказаны следующие теоремы: Теорема 1: Множество биквадратных чисел с последней цифрой 1, 4 или 9 бесконечно. Теорема 2: Для любого нечётного n при $n \geq 5$ существует n -значное биквадратное число. Теорема 3: Для любого натурального числа x существует такое натуральное число y , что при добавлении к десятичной записи числа x справа десятичной записи числа y во второй степени, получится квадрат натурального числа.

Введено новое понятие "биквадратное число". Введена классификация биквадратных чисел. Решена задача о перечислении всех n -значных биквадратных чисел с помощью компьютерного счёта при $n \leq 18$. Пути развития: Решение общей задачи о перечислении биквадратных чисел, нахождение биквадратных чисел других специальных видов. Результаты работы могут найти применение в смежных областях математики и криптографии.

Список литературы:

1. И. Бернштейн. Задача № 460 – Журнал «Квант», 1978, №6
2. Бугаснюк В. О. Уравнение Пелля. МЦМНО, 2001 – 32с



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Кратчайшие сети

«Математика»

Шевчук Александр Андреевич, Котина Ирина Семёновна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: И в школе, и дома

Цель работы: найти способы построения кратчайшей сети в правильных и произвольных n -угольниках, а также найти наименьшее количество дополнительных точек для построения сети наименьшей длины.

При решении сформулированной задачи использовались классические методы исследования: сравнение, анализ.

Найдены способы построения кратчайшей сети, а также найдено наименьшее количество дополнительных точек для построения сети наименьшей длины в произвольных и правильных n -угольниках, на плоскости с условием вертикальности и горизонтальности участков сети.

Я вижу практическое применение этой темы и в налаживании транспортных связей между городами, и в связи городов телефонными или иными коммуникациями, прокладка труб меньшей протяжённости, использование при закладке оптоволоконных проводов и так далее. Чем меньше используется труб, тем дешевле с экономической точки зрения.

Список литературы:

1. Актершев С.П., Задачи на максимум и минимум. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005 -192 с
2. Абакумов Е., Ижболдин О., Курляндчик Л., Невзетасв Н., Кратчайшие сети. Квант, 1990, №3
3. Горбачёв Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике.- М.: МЦНМО, 2006 - 560



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Группа орнамента

«Математика»

*Хоссейн Екатерина Глебовна, Немыжников Валерия Павлович (научный руководитель, учитель информатики),
место выполнения работы: В школе*

Определения: 1. Группа орнамента — это группа всех движений плоскости, сохраняющих рисунок орнамента 2. Эйлерова характеристика — характеристика связного плоского графа. где — число вершин графа, — число его ребер, — число областей, на которые делит плоскость (включая и бесконечную область) и имеет вид : $V - P + \Gamma = 2$ Задача: Реализовать обучающую игру. На вход пользователь будет загружать картинку, а получать обои требуемого типа или угадывать, какая группа орнамента представлена на изображении. Таким образом, игрок научится различать обои и сможет создавать свои собственные.

Методы, использованные в работе: 1. Программа написана на языке Python 3.7. 2. При реализации программы были использованы интернет ресурсы. 3. Использована графическая библиотека pygame. Она позволяет поворачивать изображение на любой угол вокруг его центра, отражать по вертикали и горизонтали, дублировать, создавать обои. 4. Использован фреймворк flask для визуализации веб-приложения.

1. Реализована программа, умеющая создавать обои любого типа по заданной картинке. 2. Создан шаблон веб-приложения.

Узоры группы орнамента часто встречаются в архитектуре и декоративном искусстве. Планы на будущее: 1. Научиться создавать другие группы симметрии, чтобы расширить возможности пользователя и обучить его новым симметриям. 2. Доделать веб-приложение.

Список литературы:

1. Сайт http://xahlee.info/Wallpaper_dir/c5_17WallpaperGroups.html
2. Сайт https://ru.wikipedia.org/wiki/Группа_орнамента;



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Некоторые интересные аспекты периодических функций

«Математика»

*Коваль Мария Степановна, Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, Преподаватель математики),
место выполнения работы: В школе*

Периодическая функция - это функция повторяющая свои значения через некоторый регулярный интервал аргумента. Данные функции важны для такой науки как математика, а также для наук, которые идут с ней рука об руку, например, физика и др. Они применяются во многих отраслях, однако, некоторые свойства этих функций еще не исследованы. В данной задаче мы продвинулись в этом вопросе и исследовали произведение данных функций, их композиции и суммы.

В работе были использованы методы изучения литературы, предельный переход и анализ.

Выяснено, когда произведение периодических функций является периодическим. Исследован вопрос, когда композиция двух функций является периодической.

Поскольку вопросы периодичности произведений и композиций до конца не исследованы, то пути развития - это довести их до конца, вывести новые теоремы и ответить на новые вопросы, касающиеся данного вопроса.

Список литературы:

1. Миротин Е.А., Миротин А.Р. Sum of Periodic functions;
2. Колмогоров А. Н., Ивашев-Мусатов О. С. "Алгебра и начала анализа"



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Группы цифр на конце полных квадратов

«Математика»

Лукьянов Александр Сергеевич, Головачёв Григорий Михайлович (научный руководитель, К. ф.-м. наук), место выполнения работы: ГБУ ДО "Центр "Интеллект"»

В настоящее время одной из проблем математики является факторизация многоразрядных чисел. Существует много алгоритмов разложения на простые множители, но все они требуют возрастающего времени работы при увеличении разрядности чисел. В работе [1] предложен метод факторизации числа по контурам. Контур – квадраты двух последовательных нечетных чисел, между которыми стоит число. Зная сами контуры, можно быстро получить факторизацию числа, алгоритм приводится в указанной работе. Мы заметили, что основной проблемой этого метода является поиск контуров, о чем авторы не говорят. Задача в общем виде: имеется многоразрядное число, требуется найти ближайшие сверху и снизу квадраты нечетных чисел. При переборе скорость может оказаться такой же, как факторизация традиционными способами, и алгоритм теряет привлекательность. При подготовке к олимпиадам мы решили задачу: описать группы повторяющихся цифр, которыми могут оканчиваться квадраты. Оказалось, эта задача может ускорить поиск контуров. В данной работе рассмотрен поиск квадратов по их окончаниям. План: 1. Рассмотреть повторяющиеся группы цифр на конце полного квадрата. 2. Рассмотреть количество возможных n -значных квадратов при его заданном начале и n . 3. Оценить, на сколько данная работа может ускорить процесс факторизации.

Сначала рассмотрен аналитический перебор, затем с помощью компьютерного перебора отброшены невозможные окончания. Оптимизация компьютерной части работы построена на признаках делимости и сравнениях по модулям (использовались 2,3,10,29).

1. Найдены всевозможные группы повторяющихся двузначных цифр на конце полного квадрата. Например, квадраты могут оканчиваться на **292929292929. 2. Найден способ построения повторяющихся групп заданной длины (пока для небольших длин), например при $n=2$ 1616, 2121, 2929 и др. 3. Показано, как, имея набор возможных повторяющихся окончаний, найти ближайший контур числа. Определена скорость поиска контура.

Создание полного алгоритма для составления набора всех возможных окончаний квадратов, состоящих из повторяющихся окончаний. Построение алгоритма поиска контуров. Работа имеет значение для дальнейшего развития алгоритмов факторизации и оптимизации этих алгоритмов. Это применимо в науках, связанных с передачей информации, шифровании и дешифровании.

Список литературы:

1. А.Е.Ваулин, М.С.Назаров Факторизация натурального числа к задаче разбиения числа на части. Труды СПИИРАН 2015 Вып. 2(39)
2. И.М. Виноградов. Основы теории чисел. СПб., «Лань», 2009



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Окрестностные множества в графах

«Математика»

Горовой Дмитрий Олегович, Гинзбург Андрей Александрович (научный руководитель, Студент), место выполнения работы: Гимназия №75 им.Масляникова П.В.

Рассмотрены доминирующее, окрестностное множества, а также рёберное и вершинное покрытия. Приведена оценка для мощности минимального доминирующего множества в зависимости от порядка графа и минимальной степени вершин - наиболее интересный и важный результат работы. Доказано равенство мощности минимального окрестностного множества с мощностью вершинного покрытия в графах без треугольников. Рассмотрены неравенства, связанные с мощностью данных множеств в зависимости от порядка графа. Приведены примеры графов с фиксированными значениями мощностей данных множеств. Также рассмотрены пересечения минимальных окрестностных множеств в цепях, циклах, колёсах, полных графах и полных двудольных графах. Опровергнуто неравенство нижней целой части $9p/13 \geq n(p)$, где p -порядок графа, $n(p)$ -наибольшее значение минимальных окрестностных множеств (их мощности) также построены примеры и доказаны значения $n(p)$ для графов порядка от 1-15. Задача взята с Республиканского Турнира юных математиков (Беларусь).

Использован вероятностный метод (когда доказывается оценка на мощность доминирующего множества). Во многих ситуациях рассматривается паросочетание наибольшей мощности и используется рекуррентное соотношение. Были использованы и некоторые другие методы. По сути, большинство данных методов довольно известны, поэтому сами методы большой ценностью не обладают.

Наиболее весомыми результатами являются оценка доминирующего множества, доказанная с помощью вероятностного метода (с помощью которого в будущем планируется вывести некоторые другие оценки) и рассмотрение пересечения минимальных окрестностных множеств в цепях, циклах, колёсах, полных графах и полных двудольных графах. Вся работа полностью выполнена участником(мной), из источника взято только определение гиперкуба и то, как он строится, а также идея вероятностного метода (все другие достижения описаны в постановке задачи).

Весьма значимыми являются оценка для доминирующего множества, исследование $n(p)$ графа (описанного в постановке задачи), некоторые другие неравенства. Доминирующее же множество может представлять интерес в теории алгоритмов и в программировании. Планируется вывести оценки для остальных множеств, зависящие от порядка графа и минимальной степени графа с помощью вероятностного метода, также планируется изучить более подробно $n(p)$ графов.

Список литературы:

1. Википедия [https://ru.wikipedia.org/wiki/Граф\\$__Гиперкуба](https://ru.wikipedia.org/wiki/Граф$__Гиперкуба)
2. Pranav A. Sriram. Olympiad combinatorics. Chapter 9: The probabilistic method



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Окрестностные множества графов

«Математика»

Кузьмин Егор Валерьевич, Лакинаж Елена Анатольевна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: дома

В данной работе были предложены несколько формул для вычисления числа доминирования, окрестностного числа и числа вершинного покрытия, которых не было ранее, также были получены и доказаны несколько новых свойств. Термины: доминирующее множество - такое множество вершин $D \subset V(G)$, каждая вершина из $V(G) \setminus D$ смежна с некоторой вершиной из D ; окрестностное множество B - доминирующее множество, такое, что для каждого ребра $(u,v) \in E(G-D)$ в D найдётся вершина, смежная одновременно с обоими его концами u и v ; вершинное покрытие - множество вершин $X \subset V(G)$ графа G , такое, что каждое ребро из $E(G)$ инцидентно хотя бы одной вершине из X ; минимальное доминирующее множество - доминирующее множество, не включающее другие доминирующие множества. Аналогично для окрестностного множества; Число доминирования - наименьшая из мощностей доминирующих множеств. Аналогично для окрестностного числа и числа вершинного покрытия; совершенно окрестностный граф - граф, в котором для каждого его порождённого подграфа H без изолированных вершин выполняется равенство $nb(H)=b(H)$. Постановка задачи: вычислить $\gamma(G)$, $nb(G)$ и $b(G)$ для следующих графов: полный граф, простая цепь, простой цикл, колесо, полный двудольный граф, граф Петерсена, граф n -мерного куба; доказать некоторые свойства графов.

При решении сформулированной задачи использовались классические методы исследования: сравнение, анализ, метод перебора.

Рассмотрены различные виды графов. Найдены значения числа доминирования, окрестностного числа и числа вершинного покрытия для полного графа, простой цепи, простого цикла, колеса, двудольного графа, графа Петерсена, графа n -мерного куба. Доказаны некоторые свойства числа доминирования, окрестностного числа и числа вершинного покрытия.

Данная задача взята с двадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи. Задачи, связанные с доминирующими множествами, часто применяются при планировании компьютерных сетей. Планируется изучения значения числа доминирования, окрестностного числа и числа вершинного покрытия для квадрата графа.

Список литературы:

1. Мельников О.И., Теория графов в занимательных задачах. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009
2. Харари Ф., Теория графов - М.: Мир, 1973



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Арифметические функции

«Математика»

Павлючук Кирилл Александрович, Лакиниж Елена Анатольевна (научный руководитель, учитель математики),
место выполнения работы: дома и в школе

Определенная на множестве натуральных чисел функция называется арифметической. Арифметическая функция f называется мультипликативной, если $f(m_1 \cdot m_2) = f(m_1) \cdot f(m_2)$ для любых взаимно простых натуральных чисел m_1 и m_2 . Через $s_f(n)$ будем обозначать количество различных значений арифметической функции $f(x)$ по модулю n , при этом $s_f(1) = 1$. Целью этой задачи является исследование различных арифметических функций на вопрос количества их различных значений по модулю n .

При решении данной задачи использовались методы теории сравнений, анализ, метод обобщения.

Доказано, что $s_{(ax+b)}(n) = n / (\text{НОД}(a, n))$ и что функция $s_{(ax+b)}(n)$ является мультипликативной; доказано, что $s_{(x^2)}(n) = (n+1)/2$, если n – простое число, $n > 2$, и приведена формула для нахождения значения функции $s_{(x^2)}(n)$ для любого n и получены некоторые частные случаи функции $s_{(ax^2+bx+c)}(n)$, получены формулы для вычисления $s_{(x^m)}(n)$ для простых n , а также экспериментально выведена формула для $s_{(x^3)}(n)$ для $n = 2^t$, доказано, что функция $s_{(2^x)}(n)$ не является мультипликативной.

Данная задача взята с двадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи. Эта работа будет полезна в исследованиях в некоторых областях криптографии.

Список литературы:

1. Гринько Е.П., Теория чисел. – БрГУ им. А.С. Пушкина, 2014
2. Рожков А.В., Теоретико-числовые методы в криптографии. – Тюмень, 2007
3. Сайт https://ru.wikipedia.org/wiki/Функция_Эйлера#Теорема_Эйлера
4. Сайт http://www.uni.bsu.by/arrangements/seminar_t4/1



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Числа Фибоначчи и площадь многоугольников

«Математика»

Будько Дмитрий Андреевич, Каморников Сергей Фёдорович (научный руководитель, Доктор, профессор), место выполнения работы: Государственное учреждение образования "Гимназия №56 г. Гомеля имени А. А. Вишницкого"

Проект посвящен исследованию геометрических свойств чисел Фибоначчи. Здесь решается задача, связанная с исследованием особенностей строения и нахождением площади многоугольников (на плоскости и в пространстве), координаты которых – последовательные числа Фибоначчи. При этом рассматриваются как классическая последовательность Фибоначчи, так и некоторые ее обобщенные разновидности (в частности, числовая последовательность Люка).

Основными инструментами исследования являются свойства чисел Фибоначчи (прежде всего тождества Кассини и Каталана), а также результаты аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

В работе рассмотрена задача, связанная с нахождением площади многоугольников (на плоскости и в пространстве), координаты которых – последовательные числа Фибоначчи (или последовательные обобщенные числа Фибоначчи).

Полученные результаты могут быть развиты по ряду направлений. Например, можно рассмотреть рекуррентно определённые числовые последовательности, отличные от последовательности Фибоначчи, либо обобщённой последовательности Фибоначчи. Интересной представляется так же задача нахождения объёма многогранников, координаты которых - последовательные числа Фибоначчи. Кроме того можно рассмотреть многогранники в n -мерном пространстве.

Список литературы:

1. Воробьёв Н.Н. Числа Фибоначчи
2. Старова О.А. Числа Фибоначчи // Математика
3. Костин С.В. О методах доказательства свойств чисел Фибоначчи // Математика в высшем образовании
4. Гусак А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

h-четные, h-нечетные функции и функциональные уравнения

«Математика»

Маслютов Эвгим Акимович, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, кандидат физико-математических), место выполнения работы: ГБОУ ДО РК "МАН"Искатель"»

Хорошо известно какую важную роль в теории функций играет теория функциональных уравнений. Функциональные уравнения возникают во многих математических дисциплинах, а также в физике. По этой причине исследования и решения функциональных уравнений приобретают все большую важность. Работа посвящена обоснованию нового метода решений функциональных уравнений вида $r(x)f(h(x))+s(x)f(x)=g(x)$ и нахождению всех решений этого уравнения. Следует отметить, что некоторые частные случаи таких уравнений встречаются в математических турнирах и олимпиадах. Идея нового метода базируется на обобщении понятий чётной и нечётной функций и изучении свойств этих обобщений.

При написании работы использовались методы теории функций, применяемые при решениях функциональных уравнений. Кроме того введенные в работе понятия h-чётной и h-нечётной функций, изучение свойства этих функций и теорема о разложении фактически приводят к новому методу решения достаточно широкого класса функциональных уравнений.

Поставленная в работе задача полностью решена самостоятельно. Найдена формула решения функционального уравнения вида $r(x)f(h(x))+s(x)f(x)=g(x)$. К самостоятельной части работы можно также отнести метод, предложенный для решения данного уравнения, который можно применить для решения достаточно широкого класса функциональных уравнений.

В работе найдена формула для решения функционального уравнения вида $r(x)f(h(x))+s(x)f(x)=g(x)$, представляющее из себя довольно широкий класс функциональных уравнений. Предложенный метод решения предполагается применить для решения других функциональных уравнений. Полученные результаты можно применять в теории функциональных уравнений и для решения более сложных уравнений за счет обобщения предложенного метода.

Список литературы:

1. Сайт <https://interneturok.ru/lesson/algebra/9-klass/chislovye-funktsii/opredeleniya-i-svoystva-chetnyh-i-nechetnyh-funktsiy>
2. Сайт http://ru.math.wikia.com/wiki/Нечётные_и_чётные_функции
3. Сайт <https://foxford.ru/wiki/matematika/funktsionalnye-uravneniya>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Об одном диофантовом уравнении

«Математика»

*Николасова Юлия Олеговна, Третьяков Дмитрий Вадимович (научный руководитель, к.ф.-м.н., доцент КФУ),
место выполнения работы: ГБОУ ДО РК «МАН «Искатель»*

Хорошо известно какую важную роль в теории чисел играет теория диофантовых уравнений и диофантовых приближений. В последнее время к этому списку добавились очень важные приложения диофантовых уравнений в криптографии. По этой причине исследования и решения диофантовых уравнений приобретают стратегический оттенок, поскольку результаты исследований могут быть применены для создания новых криптографических схем. Работа посвящена исследованию и нахождению всех решений одного диофантова уравнения второй степени с параметром. Отметим, что при некотором значении параметра уравнение упрощается до известного уравнения нахождения пифагоровых троек. Доказано несколько вспомогательных предложений, которые фактически положены в основу нового метода довольно широкого класса диофантовых уравнений.

При написании работы использовались методы теории чисел, применяемые при решениях диофантовых уравнений. Кроме того доказанные в работе вспомогательные предложения фактически лежат в основе нового метода решения, который можно применить для нахождения всех решений достаточно широкого класса диофантовых уравнений.

Поставленная в работе задача полностью решена самостоятельно. Найдены все решения диофантова уравнения. К самостоятельной части работы можно также отнести метод, предложенный для решения задачи, который можно применить для решения достаточно широкого класса уравнений.

В работе решено диофантово уравнение второго порядка с параметром, одним из частных случаев которого является уравнение, с помощью которого вычисляют пифагоровы тройки. Предложенный метод решения предполагается применить для решения других диофантовых уравнений, содержащих параметр. Полученные результаты можно применять в теории диофантовых уравнений и для составления новых криптографических схем.

Список литературы:

1. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения. М.: Наука, 1972
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968
3. Постников М.М. Введение в теорию алгебраических чисел. М., «Наука», 1982
4. Степанов С.А. Диофантовы уравнения // Тр. МИАН СССР. 1984



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Война Вирусов

«Математика»

Несвидимов Георгий Витальевич, Старунова Ольга Александровна (научный руководитель, учитель), место выполнения работы: ул. Судакова 29

Задача заключается в следующем: игроки ходят по очереди начиная с двух противоположных углов (верхнего левого и нижнего правого) поля 10×10 . За ход игрок ставит три крестика/нолика, (в зависимости от того первый или второй он игрок). Ставить можно только рядом с твоей клеткой или живой цепочкой (об этом позже). Клетки можно есть, для этого надо просто походить на клетку противника. Съеденные клетки никак вернуть нельзя, и они становятся собственностью того, кто их съел. Живая цепочка – это цепочка съеденных клеток, рядом с которой есть твоя клетка (рядом со съеденным крестиком есть нолик и наоборот). Проигрывает то, кто не может сделать полный ход (из 3 крестиков/ноликов).

Бот ходит первый. Его тактика заключается в том, что он всегда находится на расстоянии двух клеток от игрока. Таким образом, т.к. бот ходит первый, он захватывает большую зону и игроку первому приходится. Когда игрок атакует, бот атакует в ответ и таким образом выстраивается стена из съеденных клеток, через которые он не может проникнуть и бот досдаст его изнутри зоны, которую окружил съеденными клетками.

Написана программа, которая реализует данный алгоритм игры.

В данный момент бот находится в разработке.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Замечательные точки многоугольников

«Математика»

Коренько Артём Анатольевич, Котина Ирина Семёновна (научный руководитель, Учитель математики), место выполнения работы: И в школе, и дома

Введены определения медиан многоугольников и высот многоугольников. Цель задачи: изучить отрезки четырёх- и многоугольников, свойства точек их пересечения, установить определённые закономерности при делении изучаемых отрезков точкой пересечения.

При решении задачи использовались метод математической индукции, векторный метод, координатный метод.

Изучены и доказаны свойства медиан четырёхугольников, результаты обобщены для n -угольников. Изучены и доказаны свойства высот четырёхугольников, результаты обобщены для n -угольников. Доказано, что для вписанного четырёхугольника точка пересечения медиан четырёхугольника, точка пересечения высот четырёхугольника и центр окружности, описанной около четырёхугольника с вершинами в основании высот, лежат на одной прямой. Результат обобщён на случай n -угольника.

Данная задача взята с двадцатого турнира юных математиков. Рассмотрены почти все пункты задачи.

Список литературы:

1. Гашков С.Б., Центры тяжести и геометрия. – М.: МЦНМО, 2015 - 64 с
2. Клековкин Г.А., Решение геометрических задач векторным методом: учебное пособие для учащихся 10-11 классов. – Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2016-180 с



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Геодезические линии на архимедовых телах

«Математика»

Ажипинин Степан Дмитриевич, Абрамов Ярослав Владимирович (научный руководитель, Учитель), место выполнения работы: В школе

Часто многие опаздывают в школу или на работу и поэтому пытаются найти самый кратчайший путь. Всем известно, что на гладкой плоскости таковым является отрезок. Но если по дороге Вы встретите дом, Вам придётся его обойти, поэтому отрезок не будет являться кратчайшим путём. Геодезическая линия - название вашего кратчайшего пути с учетом всех нюансов. На многогранниках геодезической называется замкнутая ломаная, не пересекающая вершины и две любые точки которой соединены этой ломаной кратчайшим образом. Но на данный момент метод построения геодезических линий известен только для правильных многогранников. Целью работы является создание метода поиска геодезических линий на некоторых других многогранниках. Чтобы её достигнуть, нужно выполнить ряд задач: 1. Изучить способы нахождения и найти различные семейства геодезических линий (геодезические линии, проходящие через одну последовательность граней многогранника, объединяются в семейства) на усечённом тетраэдре и доказать, что это все возможные варианты. 2. Разработать метод поиска геодезических линий и всех возможных разверток на усечённом тетраэдре, а затем на других архимедовых телах; автоматизировать процесс. 3. Собрать усечённый тетраэдр, а затем другие архимедовы тела методом Штейнгауза.

В одной из изученных статей был описан метод поиска геодезических на тетраэдре, основанный на многократном замощении плоскости развёрткой и соединения точек на рёбрах, которые при "сборке" в тетраэдр станут одной точкой. Данный метод был переложен на другие многогранники. Также в проекте был разработан метод сборки многогранника - метод Штейнгауза, являющийся аналогией с додекаэдром Штейнгауза.

Изучены способы нахождения геодезических на тетраэдре. Это даёт возможность дорабатывать существующий способ, что в свою очередь, увеличивает количество возможностей для поиска геодезических линий. Также было найдено несколько семейств геодезических линий на 3 архимедовых телах. Это, вместе с последующими достижениями в данной области, составит более целостное и полное понимание геодезических линий на многограннике.

Выводы: придуман метод поиска геодезических; поиск новых геодезических может помочь переложить гипотезу Пуанкаре на многогранники и изучить их свойства. Перспективы: улучшить существующий метод поиска; доказать, что найдены все возможные семейства геодезических на изученных многогранниках. Практическое применение: иногда при проводке электричества полезно узнать местонахождение геодезической, чтобы потратить наименьшее количество кабеля.

Список литературы:

1. Dmitry Fuchs and Ekaterina Fuchs "Closed geodesics on regular polyhedra"
2. Дмитрий Фукс, Сергей Табачников "Математический диверτισмент"
3. Протасов В.Ю. "Геодезические на многогранниках"
4. Dmitry Fuchs "Geodesics on a regular dodecahedron"



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Медиана четырёхугольника

«Математика»

Консультант: Михаил Николаевич Горский Сергей Михайлович (научный руководитель, Преподаватель), место выполнения работы: В гимназии

Один из крупнейших математиков 20-го века Колмогоров Андрей Николаевич дал такое определение медианы четырёхугольника: медианой четырёхугольника называется прямая, соединяющая какую-нибудь из вершин его с центром медиан треугольника, вершинами которого будут служить остальные три вершины четырёхугольника („Математическое образование", 1928, номер 5). Цель: попытаться найти формулу для нахождения медианы четырёхугольника для более простого и точного её нахождения, а также исследовать её свойства. В работе использовались такие понятия как: 1. Медиана четырёхугольника; 2. Центроид; 3. Диагональ; 4. Декартовы координаты на плоскости.

Методы: 1. Формула для нахождения медианы для прямоугольных четырёхугольников; 2. Способ вычисления расстояния между точками на декартовой плоскости; 3. Метод нахождения центроида; 4. Метод нахождения площади фигур; 5. Теорема Аполлония; Для выполнения задачи потребовались: оси координат x и y ; линейка; карандаш; калькулятор. Задача выполнялась в кабинете математики.

Была найдена формула для вычисления длины медианы прямоугольного четырёхугольника через его стороны а также найдены её свойства: 1. Медиана прямоугольного четырёхугольника всегда лежит на диагонали этого четырёхугольника. 2. При продолжении медианы прямоугольного четырёхугольника этот четырёхугольник делится на два равных прямоугольных треугольника. Также медиана четырёхугольника в произвольном четырёхугольнике не делит его на две равные по площади фигуры.

В результате исследования задачи были определены свойства медианы четырёхугольника а также найдена формула для вычисления медианы прямоугольного четырёхугольника через его стороны. На основе этой задачи, возможно, можно вывести формулу для нахождения медианы произвольного четырёхугольника, а в случае, если такая формула будет найдена, то возможно нахождение формулы для медианы произвольного n -угольника а также определения свойств медианы в нём.

Список литературы:

1. Математическое образование, 1928 год, номер 5
2. Геометрия" А.В.Погорелов, издательство „Просвещение", 8-е издание, 1998 год

1. Сайт <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Моделирование пространственных фигур и их применение в архитектуре

«Математика»

Фисюков Дмитрий Александрович, Ковинова Юлия Николаевна (научный руководитель, Кандидат наук), место выполнения работы: в школе

Архитектурные сооружения, находясь в пространстве, являются его частью, вписываясь в определенные геометрические формы. Часто геометрические формы являются комбинациями различных геометрических тел. Изучение многогранников на протяжении всей истории велось с позиции дальнейшего их применения в архитектуре и для постройки более функциональных зданий. Кинетическая архитектура — это такое направление архитектуры, в котором здания сконструированы таким образом, что их части могут двигаться относительно друг друга, не нарушая общую целостность структуры. Адаптивная архитектура — это развивающаяся область архитектурной практики, которая измеряет состояние окружающей среды, адаптируя свою форму, цвет или функцию к целям наибольшего соответствия требованиям эксплуатации.

В своей работе я использовал метод построения моделей. Мною были построены пять моделей с последующим их подробным описанием: Модель №1 – дом на дереве, Модель №2 – Ботанический сад, Модель №3 – Однополостный гиперboloид, Модель №4 – Парк фигур, Модель №5 – Чипсы в архитектуре.

Изучение формы и свойств многогранников имеет практическое значение в архитектуре. Но перед построением любого архитектурного сооружения сначала необходимо сделать его уменьшенную копию (модель). Это позволит продумать сооружение в мельчайших деталях, избежать изъянов при возведении архитектурного проекта.

В данной работе я представил пять моделей. Несмотря на то, что все модели разные, они должны отвечать определенным критериям: 1) Возможность использования данной модели в реальных условиях 2) Прочность и функциональность 3) Воздействие данной модели на экосистему.

Список литературы:

1. «Большая школьная энциклопедия», том 1, Естественные науки (автор – составитель С.Исмаилова), «Русское энциклопедическое общество», Москва, 2003
2. «Большая книга вопросов и ответов», Пер. К.Мишиной, А.Зыковой. – Москва, Издательство Эксмо, 2006



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Обоснование строительства дороги "Августовский канал - Гродно" методами математической статистики и теорией вероятности

«Математика»

*Барташ Антон Иванович, Гаспаревич Инна Ивановна (научный руководитель, учитель математики), место
выполнения работы: дома*

В работе представлен возможный проект дороги от Августовского канала до города Гродно. Предложенная дорога не является кратчайшим расстоянием до города, она проходит через населенные пункты с интересной историей, что позволит вдохнуть в них новую жизнь. Кроме того, подобный проект мог бы дать возможность для развития малого бизнеса. В работе с помощью математической статистики и теорий вероятности рассчитаны стоимость строительства дороги, предполагаемое ежемесячное количество туристов, которые посетят Гродно и Августовский канал, а также возможность получения прибыли в случае введения платы за проезд.

Теоретический анализ литературы, обобщение данных и синтез как самостоятельная часть исследования.

С вероятностью 60% строительство дороги обойдется в 20 млн USD. С вероятностью 64% в следующий период город Гродно и Августовский канал посетят 3858 человек.

Строительство дорог очень непростое дело, но очень хочется, чтобы мой проект был воплощен в жизнь: пусть эта дорога соединит деревни со своей замечательной историей. Пусть гости нашей страны обратят внимание не только на густонаселённые города, но и на белорусскую глубинку, богатую своими красотами!

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Линейное неравенство в экономике или к рациональному питанию через линейное программирование

«Математика»

Джултий Дарья Николаевна, Гаспаревич Инна Ивановна (научный руководитель, учитель математики), место выполнения работы: дома

Сегодня мы живем в замечательное время, мы можем выбирать продукты на любой вкус, но очень важно, чтобы они были для нас полезны и желательно недорогие. Как же научиться делать выбор? На этот вопрос должна помочь ответить моя работа. Итак, вначале я предположила, что можно использовать метод линейного уравнения для составления меню.

Метод исследования: поиск и отбор информации, изучение нового материала.

Существует два наиболее распространенных способа решения задач линейного программирования графический метод и симплекс-метод. Задача нахождения самого дешевого рациона состоит в нахождении систем неравенств, таких пар, для которых значение этой линейной функции достигает минимума.

1. Явно за один раз в школьной столовой мы не сможем получить необходимое количество белков, жиров, углеводов. 2. Не всегда вкусно = полезно. 3. Питание должно быть регулярным желательно 5 раз в день. 4. Ну и самое главное, если бы я не перевела меню школьной столовой на язык математики, то никогда бы не задумалась, что я ем, сколько и нужно ли это моему организму.

Список литературы:

1. Журнал Квант 1971 № 3



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Мультипликативная структура колец вычетов

«Математика»

Травин Александр Юрьевич, Айвазян Ариак Владимирович (научный руководитель, Студент СПбГУ), место выполнения работы: В школе

Каждое кольцо естественным образом индуцирует два группоида аддитивную и мультипликативную структуры. Аддитивные структуры конечных колец тривиальны - их изучение исчерпывается теоремой о классификации абелевых групп. Тема этой работы - мультипликативные структуры колец. Исходно задача мотивирована наблюдениями о мультипликативной структуре кольца вычетов, которая уже изучалась, например, в работе Л.М.Мартынова и Д.В.Соломатина "Подгруппы вычетов с циклическими группами обратимых элементов, допускающих планарные графы Кэли".

Исследование опирается на описанный нами класс коммутативных моноидов обобщающий свойства мультипликативного моноида вычетов и известные теоретико-числовые теоремы такие как китайская теорема об остатках и теорема о линейном разложении наибольшего общего делителя.

Мы описали граф делимости, дали задание образующими и соотношениями и классифицируем все подгруппы этого моноида.

Обобщение класса моноидов.

Список литературы:

1. Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел
2. Н. Н. Осипов Теория чисел



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Шифрование данных на основе графического отбора точек по средствам фрактальных функций

«Математика»

Мауржана Валерия Валерьевна, Батяйкина Елена Вячеславовна (научный руководитель, учитель физики), место выполнения работы: в школе.

Основной задачей работы является разработка концепции нового метода шифрования данных основанного на графическом отборе точек в простых и фрактальных функциях. В процессе работы проведено исследование различных графиков функций, в результате чего получены данные, по которым становится, возможно, зашифровывать передаваемые массивы данных. Полученные в работе результаты могут найти своё широкое применение в криптографии при шифровании и передачи данных. Способ шифрования данных, предложенный в работе, является новым в сфере криптографии. Данная сфера деятельности актуальна в настоящее время и будет актуальна в будущем.

Для получения результатов мною были изучены теоретические материалы, проанализированы графики различных функций. На основе полученных результатов был разработан метод шифрования данных, который представлен в работе и его криптоустойчивость, skf математически доказана.

В результате выполненной работы поставленная цель была достигнута. Разработан новый метод шифрования данных, создана программа, шифрующая данные по предложенному методу и математически доказана его криптоустойчивость. Найдено практическое применение исследований в различных отраслях знаний, как при передаче и хранении информации, так и для защиты серверов в малых и крупных предприятиях. В будущем для развития проекта возможно создание социальной сети, в основе которой будет лежать полученный метод шифрования данных.

При проведении работы, исследованы функции, на основе которых разработан метод шифрования данных. Проведённые исследования являются актуальными, а полученный способ шифрования данных в будущем может быть полезным во многих сферах. В дальнейшем полученный метод можно применить не только при закрытой передаче данных, но и при создании электронных замков и ключей.

Список литературы:

1. Г.М. Фихтенгольц. Основы математического анализа, 1968
2. А. И. Музыкантский, В. В. Фурин. Лекции по криптографии- М.: МЦНМО, 2010
3. Князев П.Н. Функциональный анализ, 1985
4. Шнайер Брюс. Прикладная криптография, 1996



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

О некоторых условиях на периодичность функций

«Математика»

Мужоссов Лев Андреевич, Семенин Андрей Вячеславович (научный руководитель, аспирант ПОМИ РАН), место выполнения работы: в школе

Постановка задачи заключалась в выведении условий на периодичность числовых функций. В следствие были изучены и свойства графиков, рассматриваемых функций. Результаты данной работы, могут быть использованы для доказательств периодичности, а также в выведении симметрий и зависимостей графиков более сложных функций.

В исследовании были задействованы методы и понятия из следующих отраслей: математический анализ, функциональные уравнения, теория периодичности.

Найдены некоторые признаки, свидетельствующие о периодичности числовых функций, изучен вопрос о количестве осей и центров симметрии графиков периодических функций, а также обобщение этого вопроса на графики произвольных функций.

Один из возможных путей развития, является обобщение случаев приведенных в исследовании и получение результатов для произвольных параметров.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Разговоры великанов

«Математика»

Чижилёв Дмитрий Александрович, Симоненко Дмитрий Николаевич (научный руководитель, старший преподаватель), место выполнения работы: в школе

Рассматриваемая задача относится к теории вероятности. В Республике Беларусь в 2018 году на XX Республиканском турнире юных математиков была предложена для исследования задача по теории вероятности под названием «Разговорчивые великаны». В ней рассматривается племя великанов, которое живет на математическом острове. Великаны говорят только «Эх» и «Ых», причём по определённым правилам. Например, великан по имени Простая Половинка всякий раз с вероятностью $\frac{1}{2}$ произносит «Эх» и с вероятностью $\frac{1}{2}$ – «Ых». Великан по имени Простая Альфа-Бета с вероятностью Альфа произносит «Эх» и с вероятностью Бета – «Ых». Великан же по имени Половинка после слова «Эх» всегда говорит «Ых». А после слова «Ых» – с вероятностью $\frac{1}{2}$ произносит «Эх» и с вероятностью $\frac{1}{2}$ – опять «Ых». При этом считается, что первое слово каждого своего монолога великан Половинка выбирает равновероятно. Требуется подсчитать вероятности произнесения тех или иных монологов этими великанами. Даже подсчитывается математическое ожидаемое количество слов «Ых» в монологе великана Половинка.

Используются разнообразные методы: формулы из схемы испытаний Бернулли, различные комбинаторные формулы, методы вывода рекуррентных соотношений и получение явных формул. Применяется перебор для обнаружения закономерностей, которые затем доказываются.

Получено множество результатов. К наиболее интересным относится нахождение вероятности того, что в монологе длины n великана Простая Половинка не встретится дважды подряд слово «Эх». Нахождение числа математически ожидаемого количества слов «Ых» в монологе великана Половинка и вычисление предела отношения этого числа к n , когда последнее стремится к бесконечности.

Получены ответы на все поставленные в задаче вопросы. Однако это не означает, что работа завершена. Есть множество моментов, которые можно развивать дальше. Например, можно подробнее исследовать монологи великанов, знающих три слова, обобщить этот результат на великанов, знающих большее количество слов. Или рассмотреть великанов, избегающих других словосочетаний.

Список литературы:

1. Сайт <https://www.bsu.by/Cache/pdf/373223.pdf>
2. Числа Фибоначчи / Николай Николаевич Воробьев, Серия «Популярные лекции по математике», выпуск 6, – М.: Наука, – 1978 – 144 с
3. Сайт <https://www.bsu.by/Cache/pdf/373233.pdf>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Некоторые свойства непотопляемых графов

«Математика»

Воронцова Ульяна Данииловна, Золотов Борис Алексеевич (научный руководитель, Студент СПбГУ), место выполнения работы: ЛНМО

В теории графов встречается много задач разной сложности — в частности, проблемы изоморфизма графов, раскраски графов и наличия в графах гамильтоновых циклов являются NP-полными, а проблема существования Эйлера цикла лежит в P. В данной работе я ввела понятие непотопляемого графа — такого, что любое его ребро можно перевести в любое другое посредством автоморфизма — и попыталась соотнести его с некоторыми известными инвариантами графов.

Были использованы обычные методы теории графов.

Получены следующие результаты: 1. Полный граф, простой цикл, граф Петерсена — непотопляемые, а простой путь — нет. 2. Любой непотопляемый граф регулярен, но обратное утверждение неверно. 3. Список длин простых циклов, которым принадлежит данная вершина / данное ребро, одинаков для всех вершин / рёбер непотопляемого графа, но обратное утверждение неверно. 4. Существует плоский граф, все грани которого имеют одинаковое количество углов и который не является непотопляемым.

Непотопляемость графа может стать ещё одним важным свойством в теории графов — открытый вопрос заключается в том, является ли непотопляемость полиномиально проверяемой. Также я планирую пристально исследовать непотопляемость плоских графов.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Интересные аргументы некоторых функций

«Математика»

Лажизо Мария Максимовна, Симоненко Дмитрий Николаевич (научный руководитель, старший преподаватель),
место выполнения работы: в школе

Если последние цифры в десятичной записи числа A , записанные в том же порядке, как они стоят в числе A , образуют десятичную запись числа B , то будем говорить, что число A заканчивается на число B . Это удобнее проиллюстрировать на примере: число 5 040 032 заканчивается на числа 5 040 032, 40 032, 32, 2. Рассмотрим некоторую функцию $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. Будем говорить, что число n – интересное для функции f , если $f(n)$ заканчивается на n . В задаче «Интересные аргументы», которая предлагалась к рассмотрению в Республике Беларусь в 2018 году на XX Республиканском турнире юных математиков, предлагалось исследовать множество интересных чисел для ряда элементарных функций. Этому и посвящена данная работа.

В работе используется метод конструирования примеров, метод ограниченного перебора, бином Ньютона, применение остатков и другие методы доказательств.

Показано, что для любого натурального t множество интересных чисел функции $f(n) = n^t$ бесконечно. Показано, что у функции $f(n) = an + b$, если a и b нечетные числа, нет интересных аргументов. Если найдется такое натуральное число x , что $x^*(a - 1) = b$. Тогда для функции $f(n) = an + b$ будет интересным любое натуральное число вида $n = 10^k - x$.

Для исходной задачи были полностью решены пункты 1–5, найдены бесконечные серии интересных чисел в пункте 6, рассмотрены аналогичные вопросы для двоичной, троичной и для p -ичной системы счисления. Однако несмотря на бесконечные серии интересных чисел в пункте 6, хотелось бы найти множества интересных чисел функции $f(x) = ax + b$ для всех натуральных значений чисел a и b . Также можно рассмотреть еще другие функции.

Список литературы:

1. Сайт <http://ikit.edu.sfu-kras.ru/files/15/l7.pdf>



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

О свойствах некоторых неассоциативных магм

«Математика»

*Фарафонов Егор Александрович, Семенин Андрей Вячеславович (научный руководитель, аспирант ПОМИ РАН),
место выполнения работы: в школе*

Цель нашей работы состоит в том, чтобы по возможности ослабить (или вовсе убрать) некоторые свойства группы (то есть, квазигруппы с ассоциативностью), и исследовать получающиеся объекты.

Оказывается, даже для такого «урезанного» набора аксиом можно доказать некоторые нетривиальные результаты.

Были разобраны основные свойства подобных функций.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Циркуляции на графах

«Математика»

Глаголев Иван Алексеевич, Золотов Борис Алексеевич (научный руководитель, Студент СПбГУ), место выполнения работы: в школе

Потоки на графах являются важной областью исследования в дискретной математике — это подтверждает множество результатов, полученных в этой теории (начиная с известной теоремы Форда—Фалкерсона). В моей работе рассматривается близкое потоку понятие циркуляции — это просто функция на рёбрах графа, для которой выполнено правило Кирхгофа. Мне были интересны различные свойства циркуляций на графах, существование циркуляций как таковых, а также их величина. В частности, k -циркуляцией называется циркуляция, принимающая значения от 1 до $k-1$.

Мною было доказано несколько теорем, значительно упрощающих работу с циркуляциями. Особенно следует отметить результаты о том, что (а) линейная комбинация циркуляций — циркуляция (б) каждая циркуляция представляется в виде суммы простых циркуляций — таких, носителем которых является простой цикл. В остальном были использованы обычные принципы работы с графами.

1. Если в графе есть мост, то на нём не существует циркуляций. 2. 2-циркуляция существует тогда и только тогда, когда степень любой вершины чётна. 3. Если в графе нет мостов, то существует ненулевая циркуляция. 4. Найдены k , для которых существуют k -циркуляции на полных графах; на графе Петерсена. 5. Результаты обобщены на произвольную упорядоченную абелеву группу, на произвольное упорядоченное поле.

Теория циркуляций может найти широкое применение в логистике и проектировании инженерных сетей. В дальнейшем я планирую исследовать базисы пространства циркуляций, то есть минимальные наборы циклов такие, что любая циркуляция на данном графе может быть представлена как линейная комбинация простых циркуляций на этих циклах.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Коммутативные тождества и ожерелья

«Математика»

Старик Никита Васильевич, Баранов Борис Борисович, Зайковский Анатолий Александрович (научный руководитель, аспирант СПбГУ), место выполнения работы: в школе

В данной работе мы ставили перед собой цель изучить тождества на Алгебрах Ли. Однако, так просто как ожидалось сделать это не удалось и поэтому была применена новая методика, которая может быть развита и дополнена в будущем. Мы вложили k -ую однородную компоненту Алгебры Ли в k -ую однородную компоненту свободной ассоциативной алгебры и n -ую степень $k-1$ -ой однородной компоненту алгебры Ли в n -ую степень $k-1$ -ой однородной компоненту свободной ассоциативной алгебры. После этого мы рассмотрели отображение между данными двумя компонентами, чьё ядро представляет собой все искомые нами тождества. После этого, мы рассмотрели его расширение на свободные ассоциативные алгебры.

Для исследования ядра интересующего нас расширенного отображения нами было дано его полное описание на языке ожерелий. После этого мы смогли легко исследовать изначально интересующие нас тождества. Кроме того, нами были заимствованы некоторые идеи из других работ и на их основании получен алгоритм, который дал полное описание до этого не до конца изученного класса тождеств.

Был получен новый простой и понятный алгоритм для исследования тождеств в алгебрах Ли. На его основании было получено полное описание всех двухбуквенных тождеств с двумя буквами a . Также было дано полное описание всех двухбуквенных тождеств с тремя буквами a , чего ранее не было ни кем сделано.

Нами были исследованы тождества в алгебрах Ли и получены новые и важные результаты. Кроме того, был получен алгоритм, который, возможно, существенно упростит исследования схожей тематики в будущем.

Список литературы:

1. B. Baranov, S. O. Ivanov, S. Novikov. On two letter identities in Lie rings. arXiv:1805.02734
2. S. O. Ivanov, R. Mikhailov. A finite Q -bad space. arXiv:1708.00282
3. C. Reutenauer. Free Lie algebras, Oxford University Press, 1993



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

"Двоичная римская" система счисления

«Математика»

Вацисков Алексей Максимович, Борис Алексеевич Золотов (научный руководитель, студент СПбГУ), место выполнения работы: ЛНМО

Суть двоичной системы счисления заключается в том, что строке из нулей и единиц можно сопоставить число, просуммировав произведения его цифр и соответствующих степеней двойки. В моей работе исследуется система счисления, в которой это правило изменено: а именно, произведения, получающиеся в некоторых разрядах, будут не прибавляться, а вычитаться. Известно, что в стандартной двоичной системе каждому натуральному числу соответствует единственная запись. Моёй целью было изучить наличие и количество записей в модифицированной системе счисления (которая будет в дальнейшем называться R-системой).

Были использованы элементарные численные методы оценки k -значных чисел в n -ричной системе счисления. Также для поиска R-записей данного натурального числа была написана программа на языке OCaml. Доказано, что если запись существует, то программа её находит, так как перебор для поиска записи линейно ограничен сверху.

1. Исследованы базовые свойства R-системы счисления. Описаны все строки S , такие что $D(S) = R(S)$. 2. Приведён пример существования нескольких двоичных R-записей данного числа (и бесконечного числа десятичных R-записей). 3. Доказана важная оценка $D(S) \geq R(S) > D(S)/4$. 4. На основании этой оценки доказано, что число может иметь не более чем конечное число различных двоичных R-записей (в других R-системах это не так). 5. На основании наблюдений выдвинута гипотеза о том, что двоичных R-записей у числа не больше двух.

Было достигнуто лучшее понимание свойств различных систем счисления. Открытыми вопросами пока остаются гипотеза о том, что у числа не может быть больше двух различных R-записей, и критерий наличия у числа хотя бы какой-то R-записи.

Список литературы:



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Вокруг гипотезы Столлингса в группах кос

«Математика»

Мамедов Гейдар Аладдинович, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, Лаборант-исследователь), место выполнения работы: В школе

Наше исследование посвящено теории кос, группам кос и гипотезе Столлингса. Эта гипотеза гласит, что если на минимальной по количеству перекрёстков диаграмме косы подкрутить последний перекрёсток в ту же сторону второй раз, то полученная диаграмма останется минимальной (в таком случае мы говорим, что минимальная диаграмма является расширяемой). Существуют быстрые алгоритмы нахождения минимальных диаграмм кос, корректность которых доказана только в предположении истинности гипотезы Столлингса. Кроме того, мы обнаружили, что из её истинности следуют довольно точные оценки на геодезический рост групп кос.

Гипотеза Столлингса является скорее техническим утверждением, чем идейным. Для продвижения в её доказательстве мы используем знаменитые гипотезы Тейта из теории зацеплений, которые были доказаны в 1987 году, а также инварианты под названием “коэффициенты пересечения”, которые мы перенесли из теории зацеплений в группы кос. Мы определяем классы альтернированных и закрученных диаграмм кос, которые изучаем с точки зрения этих инвариантов.

В ходе исследования нам удалось не только доказать расширяемость минимальных альтернированных и закрученных диаграмм кос, но и доказать, что любая альтернированная или закрученная диаграмма косы является минимальной. И хотя такого рода диаграммами не исчерпываются все минимальные диаграммы, если нарисовать небольшую косу, полученная диаграмма с большой вероятностью окажется альтернированной или закрученной. Кроме того, мы доказали гипотезу Столлингса для кос на трёх нитях.

Мы считаем, что для полного доказательства гипотезы Столлингса требуется привлечь более глубокую технику инвариантов (например, полиномы Джонса), которой мы и воспользуемся в ближайшее время для усиления своих результатов. Кроме того, в будущем мы собираемся получить точные оценки на геодезический рост групп кос в предположении истинности гипотезы Столлингса.

Список литературы:

1. R. Kirby, Problems in Low-Dimensional Topology, 1995
2. A. Stoimenow, Non-triviality of the Jones polynomial and the crossing numbers of amphicheiral knots, 2007
3. M. Clay, D. Margalit, Office Hours with a Geometric Group Theorist, 2017



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Классификация узоров на плоских торах

«Математика»

Кочетков Анатолий Евгеньевич, Смолеский Андрей Вадимович (научный руководитель, кандидат ф.-м. наук),
место выполнения работы: ГБОУ СОШ №564

Основные определения: Плоский тор - фактор евклидова пространства по решетке максимального ранга с индуцированной метрикой. Узор — множество инвариантное относительно некоторой группы изометрий. Наша задача заключается в рассмотрении всевозможных узоров на плоских торах разной размерности и разделение этих узоров на классы.

Методы аффинной геометрии и линейной алгебры Инструменты: система компьютерной верстки LaTeX язык векторной графики Asymptote

Были рассмотрены 8 изометрий плоского тора и было показано, что других нет. С помощью этого были перенесены группы бордюров и обоев (классификации узоров на плоскости). Также были рассмотрены другие способы образования тора — склеивание из прямоугольника, ромба, параллелограмма, вместо квадрата.

На данный момент полностью рассмотрены плоские торы, представимые в виде произведения двух окружностей. Следующий шаг — рассмотрение торов, являющихся произведением трёх и более окружностей.

Список литературы:

1. Николай Вавилов "Конкретная теория групп"
2. Coxeter, H. S. M. 1969 Introduction to Geometry. New York: John Wiley & Sons.



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Геометрические и алгебраические свойства групп твинов

«Математика»

Кривовичев Алексей Сергеевич, Кудрявцев Даниил Витальевич, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, Лаборант-исследователь), место выполнения работы: В школе

Основной темой нашего исследования является теория групп. Мы изучаем конкретные группы, которые тесно связаны с комбинаторной топологией, а именно, группы твинов. Твины являются аналогами кос из теории зацеплений, но в теории дудлов. Дудл на поверхности - это объединение нескольких замкнутых кривых, пересекающихся между собой почти под прямым углом. Можно сказать, что дудлы являются тенями зацеплений, а твины - тенями кос. Хорошо известно, что каждое зацепление может быть получено в виде замыкания некоторой косы. Оказывается, и каждый дудл может быть получен в виде замыкания некоторого твина. Глобальной целью нашего исследования является классификация минимальных по числу перекрёстков диаграмм дудлов. Мы замечаем, что, в отличие от дудлов, твины подчиняются явным закономерностям, которые мы и описываем в нашей работе. Вопрос о поиске закономерностей между твинами мы сводим к вопросу описания языков геодезических слов в группах твинов, а его - к вопросу описания конусов этого языка.

Группы твинов принадлежат классу прямоугольных групп Кокстера. В процессе исследования мы изучали имеющиеся научные публикации и результаты, связанные с ними, и старались применить уже полученные методы. С помощью диаграмм твинов и геометрического языка мы усиливаем некоторые общие свойства групп Кокстера в группах твинов.

Мы даём явное описание типам конусов в группах твинов. А именно, мы вводим специальные классы твинов под названием “базовые инволюции” и доказываем, что конусами базовых инволюций исчерпываются все возможные конусы. Кроме того, мы доказываем, что каждая инволюция в группах твинов сопряжена некоторой базовой инволюцией. Кроме того, мы отвечаем на некоторые открытые вопросы, поставленные в работе В.Бардакова и А.Веснина 2018 года, которые связаны с группами твинов, и предлагаем новые подходы для их изучения.

С помощью полученного описания конусов в группах твинов можно вывести явную формулу для количества диаграмм минимальных твинов с n перекрёстками. Более того, как следует из общих соображений, соответствующая числовая последовательность будет линейной-рекуррентной. Эта последовательность даёт оценки на общее число минимальных диаграмм дудлов с n перекрёстками.

Список литературы:

1. V. Bardakov, M. Singh, A. Vesnin, Structural aspects of twin and pure twin groups, 2018
2. M. Khovanov, Doodle groups, 1997
3. S. Dey, K. Gongopadhyay, Commutator Subgroups of Twin Groups and Grothendieck's Cartographical Groups, 2018



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Через 100 метров поверните направо

«Математика»

Пакудышев Константин Михайлович, Семсенов Андрей Вячеславович (научный руководитель, аспирант ПОМИ РАН), место выполнения работы: школа 564

Рассмотрим множество $Z \times Z$. Маршрутом в $Z \times Z$ будем называть такую конечную последовательность $x_0 \dots x_n$ точек этого множества, что x_{k+1} — одна из четырёх точек, находящихся от x_k на расстоянии 1. Между двумя точками можно найти кратчайшие маршруты. Будем говорить, что набор точек $a_0 \dots a_m$ привязывает маршрут $x_0 \dots x_n$, если: а) Данные точки лежат на указанном маршруте, в порядке возрастания номеров б) Участок указанного маршрута между точками a_k и a_{k+1} является кратчайшим маршрутом между этими точками. $a_0 = x_0$ и $a_m = x_n$. В работе исследованы следующие задачи: 1. Придумать маршрут длины 100 в $Z \times Z$, единственный привязывающий набор для которого — все его точки и понять насколько различными могут быть такие маршруты? 2. Пусть маршрут длины n не ходит дважды по одному ребру (то есть, в последовательности его вершин не встречается $\dots X Y X \dots$). Докажем, что такой маршрут может быть привязан набором из не более чем $\lfloor n/2 \rfloor + 1$ своих точек. 3. Докажем, что не всякий привязывающий набор для маршрута $x_0 \dots x_n$, из которого нельзя выкинуть точку так, чтобы он остался привязывающим (такие наборы называются минимальными по включению), непременно является наименьшим по размеру. 4. Как на данном маршруте выбрать точки, образующие минимальный по размеру привязывающий набор?

При исследовании задачи был придуман метод построения наименьшего привязывающего набора, для этого было определено понятие дальней точки и направления. Для решения обобщений было использовано решение исходной проблемы.

Результат показал большое разнообразие видов привязывающих наборов и приблизительную длину наименьшего привязывающего набора. Придуман и доказан способ построения наименьшего привязывающего набора. Рассмотрены разные обобщения этой задачи, проведена аналогия с предыдущими пунктами.

Исследованы различные пункты задачи, полностью решена исходная проблема для целочисленных путей, После чего было дано определение пути на треугольной сетке и исследовано соответствующее обобщение задачи. Данная задача может быть обобщена для шестиугольной сетки или Z^4 . Могут быть исследованы другие свойства привязывающих наборов.

Список литературы: