



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Геометрические и алгебраические свойства групп твинов «Математика»

Кривовичев Алексей Сергеевич, Кудрявцев Даниил Витальевич, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, Лаборант-исследователь), место выполнения работы: В школе

Основной темой нашего исследования является теория групп. Мы изучаем конкретные группы, которые тесно связаны с комбинаторной топологией, а именно, группы твинов. Твины являются аналогами кос из теории зацеплений, но в теории дудлов. Дудл на поверхности - это объединение нескольких замкнутых кривых, пересекающихся между собой почти под прямым углом. Можно сказать, что дудлы являются тенями зацеплений, а твины - тенями кос. Хорошо известно, что каждое зацепление может быть получено в виде замыкания некоторой косы. Оказывается, и каждый дудл может быть получен в виде замыкания некоторого твина. Глобальной целью нашего исследования является классификация минимальных по числу перекрёстков диаграмм дудлов. Мы замечаем, что, в отличие от дудлов, твины подчиняются явным закономерностям, которые мы и описываем в нашей работе. Вопрос о поиске закономерностей между твинами мы сводим к вопросу описания языков геодезических слов в группах твинов, а его - к вопросу описания конусов этого языка.

Группы твинов принадлежат классу прямоугольных групп Кокстера. В процессе исследования мы изучали имеющиеся научные публикации и результаты, связанные с ними, и старались применить уже полученные методы. С помощью диаграмм твинов и геометрического языка мы усиливаем некоторые общие свойства групп Кокстера в группах твинов.

Мы даём явное описание типам конусов в группах твинов. А именно, мы вводим специальные классы твинов под названием "базовые инволюции" и доказываем, что конусами базовых инволюций исчерпываются все возможные конусы. Кроме того, мы доказываем, что каждая инволюция в группах твинов сопряжена некоторой базовой инволюции. Кроме того, мы отвечаем на некоторые открытые вопросы, поставленные в работе В.Бардакова и А.Веснина 2018 года, которые связаны с группами твинов, и предлагаем новые подходы для их изучения.

С помощью полученного описания конусов в группах твинов можно вывести явную формулу для количества диаграмм минимальных твинов с n перекрёстками. Более того, как следует из общих соображений, соответствующая числовая последовательность будет линейной-рекуррентной. Эта последовательность даёт оценки на общее число минимальных диаграмм дудлов с n перекрёстками.

Список литературы:

1. V. Bardakov, M. Singh, A. Vesnin, Structural aspects of twin and pure twin groups, 2018
2. M. Khovanov, Doodle groups, 1997
3. S. Dey, K. Gongopadhyay, Commutator Subgroups of Twin Groups and Grothendieck's Cartographical Groups, 2018