



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Геометрия геодезических в дискретной группе Гейзенберга «Математика»

Магдис Руслан Тимурович, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, лаб-нт-иссл-тель лаб. "Совремс"),
место выполнения работы: В школе

Наша работа относится к разделу математики под названием геометрическая теория групп и посвящена исследованию дискретной группы Гейзенберга. Мы находим явное геометрическое описание геодезических слов в этой группе, завершая классификацию, начатую в статье А.М. Вершика и А.В. Малютина 2017 года о бесконечных геодезических словах. Кроме того, мы описываем интересную связь между геодезическими словами и полимино на плоскости. Полученные результаты мы применяем для продвижения в открытой гипотезе о рациональности ряда геодезического роста группы с разрешимой проблемой слов.

В геометрической теории групп описание всех геодезических слов требует описания всех тупиковых геодезических слов и всех бесконечных вправо геодезических слов. Это простое соображение мы эффективно применяем в дискретной группе Гейзенберга. Мы явно описываем все тупиковые слова, приводя классификацию тупиков. Наши методы основаны на геометрическом представлении элементов дискретной группы Гейзенберга в виде ломаных на плоскости, введённые М.Шапиро.

Основным результатом работы следует считать доказательство того, что множество тупиков дискретной группы Гейзенберга является коммутантом. В геометрической модели коммутаторы соответствуют замкнутым простым ломанным. Мы вывели, что множество геодезических представителей $[a,b]^k$ равноценно с множеством минимальных по периметру ориентированных полимино площади $|k|$, которые касаются начала координат. Опираясь на уже имеющиеся научные статьи, мы завершаем геометрическую классификацию геодезических слов в дискретной группе Гейзенберга.

В геометрической теории групп вопрос о том, существует ли группа с разрешимой проблемой слов, функция роста геодезических слов в которой не будет линейно-рекуррентной, является открытым. Предполагается, что дискретная группа Гейзенберга - это пример такой группы. Благодаря нашим результатам мы вывели, что функция геодезического роста устроена сложно. Наше геометрическое описание геодезических слов даёт принципиально новый подход к вычислению этой

Список литературы: