



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2019

Санкт-Петербург, 4-7 февраля 2019

Вокруг гипотезы Столлингса в группах кос

«Математика»

Мамедов Гейдар Алладдинович, Алексеев Илья Сергеевич (научный руководитель, Лаборант-исследователь), место выполнения работы: В школе

Наше исследование посвящено теории кос, группам кос и гипотезе Столлингса. Эта гипотеза гласит, что если на минимальной по количеству перекрёстков диаграмме косы подкрутить последний перекресток в ту же сторону второй раз, то полученная диаграмма останется минимальной (в таком случае мы говорим, что минимальная диаграмма является расширяемой). Существуют быстрые алгоритмы нахождения минимальных диаграмм кос, корректность которых доказана только в предположении истинности гипотезы Столлингса. Кроме того, мы обнаружили, что из её истинности следуют довольно точные оценки на геодезический рост групп кос.

Гипотеза Столлингса является скорее техническим утверждением, чем идейным. Для продвижения в её доказательстве мы используем знаменитые гипотезы Тейта из теории зацеплений, которые были доказаны в 1987 году, а также инварианты под названием “коэффициенты пересечения”, которые мы перенесли из теории зацеплений в группы кос. Мы определяем классы альтернированных и закрученных диаграмм кос, которые изучаем с точки зрения этих инвариантов.

В ходе исследования нам удалось не только доказать расширяемость минимальных альтернированных и закрученных диаграмм кос, но и доказать, что любая альтернированная или закрученная диаграмма косы является минимальной. И хотя такого рода диаграммами не исчерпываются все минимальные диаграммы, если нарисовать небольшую косу, полученная диаграмма с большой вероятностью окажется альтернированной или закрученной. Кроме того, мы доказали гипотезу Столлингса для кос на трёх нитях.

Мы считаем, что для полного доказательства гипотезы Столлингса требуется привлечь более глубокую технику инвариантов (например, полиномы Джонса), которой мы и воспользуемся в ближайшее время для усиления своих результатов. Кроме того, в будущем мы собираемся получить точные оценки на геодезический рост групп кос в предположении истинности гипотезы Столлингса.

Список литературы:

1. R. Kirby, Problems in Low-Dimensional Topology, 1995
2. A. Stoimenow, Non-triviality of the Jones polynomial and the crossing numbers of amphicheiral knots, 2007
3. M. Clay, D. Margalit, Office Hours with a Geometric Group Theorist, 2017