



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2020

Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2020 года

Структура сингулярных обобщенных функций с точечными носителями

«Математика»

Баринов Петр Михайлович, Куликов Петр Алексеевич (научный руководитель, Студент СПбГУ, 3 курс), место выполнения работы: в школе

Математическая физика изучает решение дифференциальных уравнений высших порядков. В частности, если рассмотреть линейный дифференциальный оператор, то подобрав нужные коэффициенты он может стать оператором Лапласа. Мы изучили поведение решения линейного дифференциального уравнения на прямой, при условии что у решения есть особенность в нуле (не более чем степенная). А именно мы нашли другое решение для этого дифференциального оператора, которое не имеет особенностей и нашли его связь с предыдущим решением. Оказывается они отличаются на действие какого-то другого линейного дифференциального оператора на фундаментальное решение первого оператора. Назвали это утверждение теоремой об устранимой особенности решения линейного дифференциального уравнения. Свели этот случай к случаю в трехмерном пространстве и показали что можно брать например оператор Лапласа, и таким образом рассматривать уравнения теплопроводности или волновое уравнение и для них устранять особенность их решения в нуле. Поэтому эта задача, достаточно значима в современных исследованиях математической физики.

Для решения этой задачи нам помогла теория обобщенных функций или распределений. А именно нам помогло изучение структуры сингулярных обобщенных функций. Сингулярные обобщенные функции, в каком то смысле, являются функциями с особенностями, поэтому именно их изучение повлекло к нахождению такой важной теоремы об устранимой особенности для решения линейного дифференциального уравнения.

Основным результатом работы является доказательство теоремы об устранимой особенности для решения линейного дифференциального уравнения. Также были получены промежуточные результаты в области обобщенных функций: вид обобщенных функций с точечным носителем, и необходимые условия для выполнимости формулы, о которой мечтает любой школьник, учащийся интегрировать. Формула заключается в том, что интеграл от произведения двух функций равен произведению интегралов этих двух функций по отдельности.

Резюмируя: устранили особенность в линейном дифференциальном уравнении. Дальнейшие исследования, связанные с этой задачей, которые будут еще более важны в теории уравнений математической физики. Например можно рассмотреть задачу на комплексной плоскости для мероморфной функции. Возможно применение нашей задачи в теории дифференциальных уравнений, динамических системах, квантовой физике и математической статистике.

Список литературы:

1. М.И. Вишик. Обобщенные функции. МГУ, 1997.
2. С.Н. Васильев, В.Т. Шевалдин. Гармонический анализ. Екатеринбург, 2014.