



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2020

Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2020 года

Графы самопересечений ломаных

«Математика»

*Дуль Екатерина Николаевна, Прохоров Николай Петрович (научный руководитель, магистрант ФПМИ БГУ),
место выполнения работы: дома*

В данной работе положено начало исследованию и описанию графов самопересечений ломаных. Они являются подклассом более общей структуры, изучавшейся ранее, а именно струнных графов: жордановые кривые $A_1, A_2 \dots A_n$ на плоскости отождествляются с вершинами графа, причём вершины A_i, A_j смежны, если соответствующие кривые пересекаются. В случае ломаной вместо кривых A_1, \dots, A_n рассматриваются её звенья и по аналогии строится граф самопересечений. Описание свойств струнных графов и их подклассов до сих пор является открытой задачей, в рамках которой проведено наше исследование. Главной задачей является наиболее полно характеризовать графы самопересечений ломаных, исследовать их как математический объект. Основные понятия и определения работы: РС-графы – класс графов пересечений незамкнутых ломаных на плоскости. СРС-графы – класс графов пересечений замкнутых ломаных. Круговые графы – граф пересечений конечного множества хорд окружности, что не имеют общих точек, принадлежащих данной окружности. SEG-граф – граф пересечений конечного числа отрезков на плоскости.

В ходе исследования было использовано сочетание геометрических и комбинаторных рассуждений, позволивших отразить свойства геометрического объекта (ломаной на плоскости или решётке) в графе. Также был применен ряд теоретико-графических инструментов.

Получены свойства РС/СРС-графов: оценки на количество ребер, запрещенные подграфы и операции, сохраняющие принадлежность к классам РС/СРС. Описана связь между РС/СРС-графами и классами струнных, SEG, круговых графов. Любой круговой можно пополнить изолированными вершинами до СРС-графа. Даны нижняя и верхняя оценки количества различных k -регулярных СРС-графов, найдено максимальная и минимальная возможная степень вершин в таком графе. Аналогичные вопросы изучены для графов самопересечений ломаных на целочисленной решетке.

Результаты работы позволяют уточнить свойства струнных графов, а также указывают на то, что классы РС и СРС имеют сложную структуру. В будущем планируется исследовать аналогичные классы графов в других пространствах, а также дополнить характеристику уже имеющихся.

Список литературы:

1. R.E. Tarjan et al. Intersection Graphs of Curves in the Plane.
2. J. Kratochvil. A special planar satisfiability problem and a consequence of its NP-completeness.
3. J. Chalopin. Every Planar Graph is the Intersection Graph of Segments in the Plane.