



БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2020

Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2020 года

О графах с единственностью геодезических или антиподов

«Математика»

Горовой Дмитрий Олегович, Змейков Давид Юрьевич (научный руководитель, Docteur es sciences), место выполнения работы: дома

Предыстория. В 1962 году в своей известной книге по теории графов норвежский математик Ойстин Оре (Oystein Ore) поставил следующую задачу: "Между любыми двумя вершинами дерева есть ровно одна геодезическая, но существуют и другие связные графы с таким свойством. Попробуйте охарактеризовать все эти геодезические графы." В противовес единственности геодезических естественным образом возникает вопрос: в каких графах у каждой вершины существует ровно один антипод (самая дальняя от нее вершина). Такие графы мы называем антиподными. **Цель.** Наше исследование направлено на то, чтобы описать геодезические и антиподные графы явным образом, то есть найти их конструктивную классификацию, которая позволила бы их строить алгоритмически. **Применение.** Изучение связей между вершинами графа и нахождение критериев существования конфигураций этих связей представляют особый интерес в моделировании сетей. В частности, геодезические графы применяются в проектировании компьютерных систем и сетей.

Важные понятия, введение которых позволило нам продвинуться изучать геодезические и антиподные графы, являются диагональ цикла (путь, соединяющий две вершины цикла и делящий его на две части большей длины) и опорное дерево графа (остовное дерево графа, такое что расстояние от его корня до любой вершины в дереве равно расстоянию между этими вершинами в самом графе).

В данной статье, мы в частности получаем следующее: алгоритмы полиномиальной сложности $O(n^3)$ проверки графа на предмет геодезичности или антиподности; различные семейства геодезических и антиподных графов; критерий геодезичности графов с некоторым условием на его опорное дерево; критерий антиподности дерева; необходимые условия геодезичности гамильтонова графа; как присвоить положительные веса произвольному графу так, чтобы он стал одновременно геодезическим и антиподным.

В работе был получен критерий геодезичности графов с некоторым условием на его опорное дерево. Основным направлением на данный момент является обобщение данного критерия на всевозможные опорные деревья, а также изучение локально-глобальной связи.

Список литературы:

1. Oystein Ore, Theory of Graphs, American Mathematical Society, 1962.
2. Joel G. Stemple and Mark E. Watkins, On Planar Geodetic Graphs, 1968.
3. C E. Frasser, k-Geodetic graphs and their application to the topological design of computer networks (1999).