БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2020
Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2020 года

О финитной отделимости квадратичных расширений моногенных колец простой характеристики

«Математика»

Качабеков Эльхан Маисоглы, Кублановский Станислав Исакович (научный руководитель, Доктор наук), место выполнения работы: дома

Задача описания финитно отделимых колец была сформулирована академиком А.И. Мальцевым в работе 1958 г., в связи с разного рода приложениями для решения алгоритмических проблем.Как показывают исследования последнего времени, описание финитно отделимых конечно порожденных коммутативных колец сводится к описанию колец простой характеристики , являющихся целыми расширениями любого своего бесконечного моногенного подкольца. Среди подобных колец важную роль играют играют квадратичные расширения моногенных колец. Одной из открытых проблем в этой тематике была проблема описания финитно отделимых квадратичных расширений. Решение этой задачи открывает путь для общего решения.Основные определения:Алгебраическая система A называется финитно отделимой, если для любого ее элемента a и для любой подсистемы A’ такой, что a не из A’ , существует конечная система F и гомомофизм \phi:A->F такой, что \phi(a)не из \phi(A’). Алгебраическая система A называется финитно аппроксимируемой, если для любых ее двух различных элементов a,b существует конечная система F и гомомофизм \phi:A->F такой, что \phi(a) не совпадает с \phi(b).

Для получения результата и его приложений автор применил критерии финитной отделимости колец из последней работы С.Кублановского (2019), а также теоремы А.Мальцева (1958)(об алгоритмической разрешимости проблемы вхождения для финитно отделимых колец) и теоемы M. Orzech, L. Ribes (1970) (о финитной аппроксимируемости конечнопорожденных коммутативных колец)

Были получены следующие результаты:Теорема. Кольцо Z_2<a,b| a^2+g(b)=0>, где g(x) — многочлен без свободного члена из кольца многочленов Z_2[x], является финитно отделимым тогда и только тогда, когда \phi(x)–ненулевой многочлен, в состав которого входит одночлен нечетной степени.Теорема.Кольцо Z_2<a,b| a^2+ab+g(b)=0>, где g(x) — многочлен без свободного члена из кольца многочленов Z_2[x], будет финитно отделимым тогда и только тогда, когда степень g(x) больше 1.

В финитно отделимых конечно-определенных системах алгоритмически разрешима проблема вхождения в подсистему (из работы [1]).Одним из приложений результатов является возможность алгоритмического решения проблемы вхождения элемента в подкольцо для финитно отделимых колец из теорем 1 и 2. А это нетривиальная диофантова задача в кольце многочленов с целыми коэффициентами. Развитием темы является обобщение теорем на случай характеристики большей 2

Список литературы:

1. Мальцев А.И. О гомоморфизмах на конечные группы
2. С.И. Кублановский, “О многообразиях ассоциативных алгебр с локальными условиями конечности”
3. С.И. Кублановский, “О финитной отделимости конечно порожденных ассоциативных колец“.