



# БАЛТИЙСКИЙ НАУЧНО-ИНЖЕНЕРНЫЙ КОНКУРС 2020

Санкт-Петербург, 3-6 февраля 2020 года

## Функции дырявости

### «Математика»

*Фарафонов Егор Александрович, Мукосеев Лев Андреевич, Сергей Олегович Иванов (научный руководитель, Кандидат наук), место выполнения работы: в школе*

Понятие числа дырок в какой либо фигуре можно формализовать несколькими способами. Обычно эта формализация происходит на языке теории гомотопий, а под “фигурой” понимается либо топологическое пространство, либо симплициальный комплекс (либо другая модель пространства). Мы будем говорить на языке симплициальных комплексов. Так как мы говорим на языке теории гомотопий, мы требуем гомотопическую инвариантность от числа дырок. Обычно под числом дырок понимают первое число Бетти. Но оказывается, что число Бетти не удовлетворяет некоторым естественным требованиям на число дырок. Мы задались вопросом о том, какие условия должны быть выполнены чтобы какое-то число, ассоциированное с симплициальным комплексом, можно было бы назвать числом дырок этого симплициального комплекса.

Были использованы методы алгебраической топологии и теории симплициальных комплексов.

Теорема 1. Для любого поля  $F$  функция  $N : SC \rightarrow Z$ , заданная по формуле:  $N(K) = \beta_1(K, F) - \beta_2(K, F)$ , является нормальной функцией дырявости. Теорема 2. Для любого поля  $F$  и любой последовательности чисел  $n_3, n_4, \dots$  функция  $N : SC \rightarrow Z$ , заданная по формуле  $N(K) = \beta_1(K, F) - \beta_2(K, F) + n_3\beta_3(K, F) + n_4\beta_4(K, F) + \dots$ , является функцией дырявости. Следствие 2. Множество функций дырявости континуально. Теорема 3. Любые две функции дырявости совпадают на не более чем двумерных комплексах

В нашей работе были даны ответы на все поставленные вопросы (нахождение мощности множества функций дырявости, нахождения комплекса минимальной размерности, для которого количество дырок не определено однозначно, изучение вопроса о нормальных функциях дырявости и т.д.). Во время написания работы, мы поняли, что числа Бетти не удовлетворяют естественным требованиям на число дырок и, что понимание о количестве дырок должно включать отрицательные числа.

### Список литературы:

1. Д.Б. Фукс , А.Т. Фоменко. Гомотопическая топология. М., (1967).
2. A. Hatcher, Algebraic Topology, Cambridge University Press (2002).