



Диаграмма Рыбов. Построение с помощью алгоритма Divide and Conquer

«Математика»

Глаголев Иван Алексеевич, Борис Алексеевич Золотов (научный руководитель, Аспирант СПбГУ), место выполнения работы: Дома

Представим задачу, пусть дан некий город N , в котором расположены N различных магазинов. Мы знаем, что жители города люди ленивые, поэтому больше 10 минут до магазина они не ходят, а также, мы знаем, что уровень магазинов в городе разнится, а именно, чем выше приоритет магазина, тем более он престижный, к примеру если до 2 разных магазинов жителю нужно идти меньше 10 минут, то он выберет тот магазин, номер которого меньше. Учитывая эти факты, требуется построить диаграмму доступности этих магазинов. Дадим формальное определение получившейся диаграммы. Пусть дан набор, состоящий из N пар вида (координаты точки, ее номер), а так же, дан ϵ — радиус окружностей. Тогда будем строить по этим точкам диаграмму следующим образом: вокруг каждой точки строится окружность радиуса ϵ , затем все пересекающиеся окружности сравниваются по приоритету и в соответствии со сравнением накладываются друг на друга. Диаграмма представляет из себя плоский граф, в котором вершины это точки пересечения окружностей, а ребра — это дуги окружностей. Мы хотим научиться строить ее как можно быстрее, а именно за $S \log S$, где S — количество вершин графа.

Суть построения с помощью Divide and Conquer состоит в том, что получая на вход N точек, мы делим их на 2 равные части, после чего рекурсивным вызовом строим картинку для обеих частей. Затем, задача алгоритма состоит в том, что бы объединить 2 получившиеся части, создав так называемую цепь между ними. После того, как алгоритм построил цепь, мы получаем итоговое построение для N заданных точек, что нам и требовалось сделать.

Основным результатом работы является алгоритм построения диаграммы Рыбов, являющийся реализацией идеи алгоритма «Divide and Conquer», работающий за время $O(S \log n + n \log^2 n)$.

Диаграмма Рыбов может оказаться крайне полезной моделью для различного рода планирования. К примеру, как было описано во вступлении, диаграмма Рыбов может позволить урбанистам строить карты, которые будут показывать доступность тех или иных заведений, общественных мест и т.п.